

WHAMP-

ВОЛНЫ В ОДНОРОДНЫХ, АНИЗОТРОПНЫХ  
МНОГОКОМПОНЕНТНАЯ ПЛАЗМА

Кьелл Роннмарк

ОТЧЕТ KGI № 179

ИЮНЬ 1982 г.



ГЕОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ КИРУНЫ  
КИРУНА SWDFN



WHAMP-

Волны в однородной, анизотропной, многокомпонентной плазме

K

Кьелл Роннмарк

Геофизический институт Кируны

Университет Умео

S-901 87 UMEA, Швеция

Номер отчета KGI 179 .Июнь

1982

Напечатано в Швеции.

Геофизический институт Кируны

Кируна, 1982 г.

ISSN 0347-6405

Сэр, в вашей прекрасной поэме (Видение греха) есть  
такие строки: «Каждый миг умирает человек, каждую  
минуту он рождается».

К сожалению, это не может быть правдой и .I s11;ics;, что  
в следующем издании вы, должны будете от r,,,d  
«Каждый момент нашей жизни  
каждое мгновение рождается 1 р'и.»  
Даже это значение sl('hrf(y in erm:,r bz,,t s./.r;;, I будет  
достаточно точным для поэзии.

CHARLES B.'LBAGH

( письмо лорду Tilney's FSGN)



Список содержания

Я	Введение	2
Теория II		дк.
III	Аппроксимация Z-функции	10
IV	Функция R{y, \}	17
	ПОДПРОГРАММА RTAY	17
	ГОНКИ ПОДПРОГРАММ	18
	ПОДПРОГРАММА RINT	19
	SUBROUTINE RYLA	23
B	Тензор восприимчивости x <sup>a</sup> = ; ПОДКРОВНЫЙ ЦИ	30
Мы	Функция дисперсии D(w, ); ПОДПРОГРАММА DIFU	35
VII	Основная программа и ввод/вывод	41
	ПРОГРАММА WHAMP	41
	ВХОД/ВЫХОД	47
VIII	Обсуждение	54
IX	Благодарности	55
X	Ссылки	56

## I. Введение

В этом отчете компьютерная программа, которая решает дисперсионное соотношение волн в замагниченной плазме, выводится с использованием кинетической теории однородной плазмы Диэлектрический тензор  $t$ :  $=$  с максвелловскими распределениями скоростей. В эту версию программы можно включить до шести различных компонентов плазмы, и каждый компонент определяется своей плотностью, температурой, массой частиц, анизотропией и скоростью дрейфа вдоль магнитного поля. Таким образом, программа применима к очень широкому классу плазм, и метод должен быть в целом полезен всякий раз, когда однородную замагниченную плазму можно аппроксимировать линейной комбинацией максвелловских компонентов.

неты.

Общая теория, лежащая в основе программы, изложена в следующем разделе. Показано, что введением аппроксиманта Паде для функции дисперсии плазмы из бесконечные суммы модифицированных функций Бесселя, которые появляются в диэлектрическом тензоре  $t$ : ( $w, k$ ), можно свести к суммируемой форме. Полученное выражение для ( $w,$

$$= - ) \text{ действителен для всех}$$

настоящий и очень хорошо подходит для численной оценки. Аппроксимант Раа выводится в разделе III, где также обсуждается точность аппроксимации.

В следующих разделах описываются подпрограммы, составляющие программу, начиная с нижнего уровня в разделах:

раздел IV и выход на основную программу в разделе VII.

Наконец, результаты обсуждаются в последнем разделе.

## II. Теория

Рассмотрим однородную, намагниченную многокомпонентную плазму. Каждая компонента состоит из частиц с зарядом  $q_j$  и массой  $m_j$ , а их фазовая плотность задается функцией распределения  $f_j(Y, f, t)$ . Гирочастота частиц равна  $\omega_j = q_j B m_j / \mu_0$  в магнитном поле напряженностью  $B$ . При отсутствии внешних источников электрическое поле

$\S(w, \cdot)$  волны с частотой  $w$  и волновым вектором  $k$ , удовлетворяющим  
условию (1) волновое уравнение

$$\mathbb{D}(w, k) \cdot E = O \quad (\text{II-1})$$

где  $Q$  может быть выражено через тензор диэлектрической проницаемости ( $\epsilon$ ), как

$$\underline{\underline{D}}(\omega, \underline{k}) = (\underline{\underline{I}}k^2 - \underline{\underline{k}}\underline{k}) \frac{c^2}{B} - \underline{\underline{\epsilon}}(\omega, \underline{k}). \quad (II-2)$$

Здесь  $J$  — единичный тензор, а  $c$  — скорость света. Волновое уравнение (1) имеет нетривиальные решения только в том случае, если

$$D(bx, \cdot) = \det(bx, \cdot) = , \quad (II-3)$$

и это дисперсионное уравнение мы стремимся решить.

Первый и самый сложный шаг при решении дисперсионной проблемы  
Соотношение сиона представляет собой оценку тензора диэлектрической проницаемости.

Используя линеаризованную кинетическую теорию, стандартный вывод приводит к

$$\varepsilon(\omega, k) = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left\{ \frac{1}{\omega - k_{||} v_{||} + n\Omega_j} \right\} \quad (II-4)$$

Вводя систему координат, образованную ортогональными единичными векторами  $\mathbf{1}$ ,  $\mathbf{3}$ , ориентированными так, что  $\mathbf{1} \perp \mathbf{3}$ , и  $\mathbf{1} \perp \mathbf{2}$ , матрица

§ 1<sup>+к11</sup> 3, даётся (см., например, Ичимару, 1973, Ахиезер и др. 1975, Клеммов и Догерти, 1969)

$$T_L = \begin{bmatrix} \text{нрл.} & \text{НН.} & \text{нрл.} \\ (-2 \text{Дж.})^2 & я - 1 \text{к} \backslash \text{Дж.} & влл \text{Дж}^2 \\ \text{нQ.} & \text{Дж. нн} & (v_{\perp} J_n)^2 \\ -i v_{\perp} J_n & (v_{\perp} J_n)^2 & -i v_{\perp} v_{\parallel} J_n J_n \\ \frac{n \Omega_j}{k_{\perp}} v_{\parallel} J_n^2 & i v_{\perp} v_{\parallel} J_n J_n & (v_{\parallel} J_n)^2 \end{bmatrix} \quad (II-5)$$

The аргумент Бесселя  
ПЛОТНОСТИ  $\Pi$  включены в  
функция  $J_n$  есть  $k_j V_j / Q_j$ . С  
плазменная частота

$$B = \rho \cdot w^{1/2} = P_j j \quad \text{о: } \frac{\text{н.д.} \cdot 1/2}{\text{пoим:л}} \quad (II-6)$$

невозмущенное распределение  $f_0$  нормализовано к единице

$$\int f^O(v) dv = f_L f(v) dv \Big|_{\text{Дж.}} = 1. \quad (II-7)$$

Наиболее общая функция распределения, рассматриваемая в данном отчете, имеет вид

$$f^O(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \rho \frac{6}{\alpha_{\perp}^2} \exp \left( - \frac{v_{\perp}^2}{\alpha_{\perp}^2} - \frac{v_{\parallel}^2}{\alpha_{\parallel}^2} \right) \exp \left( - \frac{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}{\alpha_{\perp}^2 + \alpha_{\parallel}^2} \right) \quad (II-8)$$

$$\left\{ \frac{\Delta j}{\alpha_{\perp}^2} \exp \left( - \frac{v_{\perp}^2}{\alpha_{\perp}^2} \right) + \frac{1 - .6j}{\alpha_{\perp}^2 \alpha_{\parallel}^2} \left[ \exp \left( - \frac{v_{\perp}^2}{\alpha_{\perp}^2} \right) - \exp \left( - \frac{v_{\perp}^2}{\alpha_{\parallel}^2} \right) \right] \right\}$$

Здесь  $V_j$  — тепловая скорость компонента с температурой  $T_j = 1/2m_j v_j^2$ , а  $V_{dj}$  — нормированная скорость дрейфа вдоль магнитного поля. Параметры  $t_{ij}$ ,  $c_{ij}$  и  $a_{ij}^2$  определяют глубину и размер конуса потерь и анизотропию температуры.

Интеграл по пространству скоростей в уравнении (4) оценивается с помощью соотношений

$$\int_0^\infty J_n^2 \frac{K^{1/2} \cdot \Lambda}{(-\exp(-\lambda) \sin \sqrt{2} j)} \cdot \frac{2v \cdot \Lambda}{v} dv \cdot \Lambda = \Lambda_n(\lambda_j) \quad (\text{II-9})$$

и

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{\exp(-\frac{v_{||}^2}{V_j^2}) dv_{||}}{v_{||} - (\omega - n\Omega_j) k_{||}^{-1}} = \frac{w - nS''I}{Z(J) \cdot k_{11} V_j} \quad (\text{II-10})$$

где  $\Lambda_n(\lambda_j) = e^{-\lambda_j} I_n(\lambda_j)$ ,  $A_j = 1/2(\kappa D_j \cdot V_j c_{ij})$ , функция Бесселя порядка  $n$ , а  $Z$  — функция дисперсии плазмы (Фрид и Конте, 1961). Диэлектрический тензор плазмы с распределением частиц описывается уравнением

(8) тогда можно записать как

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\epsilon}}(w, \Phi) &::= (1 - \frac{2v}{V})^6 \frac{v^2}{\omega^2 \alpha_{1j} (\alpha_{1j} - \alpha_{2j})} \\ &\left[ (\alpha_{1j} - \frac{J \cdot a_{1j}}{D_j D_k}) \chi_j^{\alpha_{1j}} + (\Delta_j - 1) \chi_j^{\alpha_{2j}} \right] \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

Для упрощения записи индекс  $j$  опускаем, вводим безразмерные величины

$$\Pi ::= \frac{\kappa C}{B - Ct}, \quad c = \frac{Ct}{\omega}, \quad x = \frac{\omega}{\Omega}, \quad s_n = \frac{x - 3B - H}{c} \Gamma \quad (II-12)$$

и функция

$$f(x, z) = (as + n/z) \frac{z(s)}{H} \quad (II-13)$$

Компоненты тензора восприимчивости определяются выражением

$$\begin{aligned} X_{11} &= \frac{2}{\kappa_l} \frac{\text{ко}}{H = \text{что}} \frac{-1/2 + \alpha}{(aA)} \frac{H}{z;H} \\ X_{1z} &= \frac{\alpha}{\text{это я} \frac{\text{ко}}{H = \text{что}} \frac{H \text{или}}{(aA)}} \frac{\alpha}{\Gamma;H} \\ X_{13} &= a(1-a)\pi/3 + (2/A)1/2 \quad \frac{\text{ко}}{p: \frac{H \text{или}}{H = \text{да}} (aA) -- \frac{XH}{c} \frac{\kappa_l}{\Gamma;H}} \quad (II-14) \\ a &= a - X_{11} \quad \frac{\text{ко}}{2a^2 u: \text{ти.} (aA)} \frac{H}{z;H} \\ X_{z3} &= \frac{a}{\text{иап} \frac{\infty}{H = \text{да}} \frac{я}{\text{быть.} \frac{XH}{c} \frac{\alpha}{z;H}}} \\ X_{33} &= \frac{\kappa_l}{K_l} - a) \pi / 3 \quad \frac{2/2(1-}{2/2 \times} \frac{1/C^2}{] + 2 \frac{\text{ко}}{H = \text{что}} \frac{t_y (K_l \cdot \lambda)(--)}{c} \frac{x - H/2}{\Gamma;H} \frac{a}{c}}} \end{aligned}$$

Оценку этих выражений можно значительно упростить, введя приближение для функции дисперсии плазмы в виде

$$z(c) \approx \sum_{l=1}^L b_l (s - c_l)^{-1} \quad (II-15)$$

Приближения этой формы могут быть получены с помощью модифицированного метода Паде, обсуждаемый в разделе III, где отношение ции

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{6}{6} = -1$$

$\Lambda 1=1$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{1: \text{клб}}{1: \text{клб}} \frac{1=1}{1=1} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{2}{\text{клб}} \frac{1=1}{1=1} = -1/2$$

также выводятся (Уравнение III-10). Вводя  $y = xz (c1+Va)$ , компоненты тензора  $s_{ij}$  могут быть пере-  
приведенный к форме

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{X11 = a + aI}{1=1} \frac{6}{1/11}$$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{X12 = a p}{1/11} \frac{1=1}{1=1}$$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{X13 = ap L}{1=1} \frac{tc1 + Vd}{6} \frac{L}{1/11} \quad (II-16)$$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{X22 = X11 - 2c/A}{1=1} \frac{6y^{-1}}{L} \frac{1=1}{1/11}$$

$$\frac{\partial}{\partial} \frac{X23 = ap L bI (Cl + Vd)}{1=1} \frac{yt}{1/11} \frac{-1}{I=}$$

$$X33 = a + 2 + \sum_{1=1}^{\Lambda} \frac{2}{2 (\text{кл} + \text{Вд})} \frac{6}{6} \frac{y^{-1}}{L} [x - zv d + A * i - 1]$$

Здесь мы ввели обозначение

$$\psi_1 = (1 + \alpha z c_1 y^{-1}) R(y, \alpha \lambda) \quad (II-17)$$

$$\psi'_1 = (1 + \alpha z c_1 y^{-1}) R'(y, \alpha \lambda)$$

Функция  $R$  определяется как

$$R(y, A) = \frac{\frac{\partial}{\partial} \frac{2}{H} \frac{\Lambda(A)}{H}}{H = \text{что}} \quad (II-18)$$

и  $R'$  не совсем производная по отношению к  $A$ , но скорее

$$P'(y, A) = \int_{-\infty}^{\infty} (1tR(y, >)) = \sum_{n=0}^{\infty} y^n \sum_{H=1}^{\infty} \frac{A_H(A)}{H} \quad (II-19)$$

Некоторые аналитические свойства  $R$  и алгоритмы вычисления его значения обсуждаются в разделе IV. В общем,  $R(y, \lambda)$  можно оценить примерно за то же время, что и один

$A_H(>-)$ .

Сравнивая уравнение (14) с уравнением (16), мы замечаем, что следующие пункты:

1о Использование (14) · мы имеем примерно  $X$  а сс I:  $\sum_{H=1}^{\infty} H^{-1} A_H$   
в то время как (16) дает  $X^a$  а: я: б ш1. 1= 1 л

Предполагая, что  $A_{ntn}$  может быть вычислено за то же время, что и  $W_1$ , оценка (14) будет примерно в  $2N/L$  раз труднее, чем оценка (16). Выбирая  $L=8$ , как в программе, мы видим, что эффективность уравнения (14) ком-

аналогично (16) для  $N$  4.

2° Когда " велико, сумма по  $n$  в уравнении (14) равна  $2 / 2 > -$  и медленно сходится. члены уменьшаются как  $\exp(-n N) / 2T$ , поэтому для сходимости необходимо. Последние Это делает прямой

Оценка (14) очень неэффективна для больших  $A$  Поскольку  $> +$  в уравнении (16), все компоненты  $x$  ведут себя непрерывно и в пределе они сводятся к своим правильным значениям.

3° Компонент  $x$  в уравнении (14) содержит члены, пропорциональные  $z^{-2}$ . Когда  $z$  мало, эти члены становятся большими и сокращаются так, как и должно быть, только если соотношение

ко  
 $A_H(A) = 1$   
 $H =$  что выполнняется в точности.

Это подразумевает, что  $N$  должно быть большим, когда  $z$  мало, и ошибки усечения  $w$  становятся серьезными для любого  $N$ , если  $z$  достаточно мало. Аналогичные аргументы применимы к членам, пропорциональным  $z^{-1}$  в  $X_{13}$  и  $X_{23}$ . Поскольку  $z$  - о в уравнении

(16) все компоненты  $X$  ведут себя непрерывно и приводят к своим правильным значениям при  $z=0$ .

а.  
4 Компоненты  $X_{11}$  и  $X_{13}$  из (14) пропорциональны

" $-1$ " и " $-1/2$ " соответственно. Это может привести к серьезным ошибкам усечения, когда "- мало, а предел  $A+O$  не может быть

взято численно. Как  $A+O$  в уравнении (16) все компоненты  $X$

а.  
= ведут себя непрерывно и они сводятся к правильному  
значения для  $\omega = 0$ .

Диэлектрический тензор  $a$ . ;, ( $w$ ) вычисляется путем вставки "

компоненты ; заданные уравнением (16) в уравнении (11).

Вводя показатель преломления  $= \mu_1 1 + \mu_3 3$  и расширяя определитель  $Q(w)$  по формуле (2), находим

$$D(\|k\|) = A(\mu_2 - s_{22}) - B \quad (II-20)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \mu_1^2 \epsilon_{11} + 2\mu_1 \mu_3 \epsilon_{13} + \mu_3^2 \epsilon_{33} \\ B &= (\mu_3 \epsilon_{23} - \mu_1 \epsilon_{12})^2 + \mu^2 (\epsilon_{11} \epsilon_{33} - \epsilon_{13}^2) \\ C &= (\epsilon_{13}^2) \epsilon_{22} + (\epsilon_{11} \epsilon_{23} + \epsilon_{12} \epsilon_{13}) \epsilon_{23} + \\ &\quad + (\epsilon_{33} \epsilon_{12} + \epsilon_{23} \epsilon_{13}) \epsilon_{12} \end{aligned} \quad (II-21)$$

Формулы для производных  $D$  по  $w$  и  $k$  приведены в разделе VI. В основной программе метод итераций Ньютона используется для нахождения комплексного  $w$ , удовлетворяющего дисперсионному с соотношению (3).

### III. Аппроксимация Z-функции

Метод Паде был впервые использован для аппроксимации функции дисперсии плазмы  $Z(s)$  Мартином и Гонц-лесом (1979), а их результаты были обобщены Мартином и др. (1980) и

N meth и др. (1981). Основная теория Раа, аппроксиманты можно найти в книге Бейкера (1975).

Следуя Марту и др. (1980), мы рассматриваем приближения  $ZA(s)$  для функции дисперсии плазмы в виде

$$ZA(s) = \frac{\prod_{l=1}^L (c)}{B^L(c)} = \sum_{l=1}^L \frac{c}{s + b_l} \quad (III-1)$$

где  $\prod_{l=0}^{L-1} (c) = \prod_{l=0}^{L-1} c^{1/l} \cdot Q^L(c)$   $b_l = 1 + r_l: q_l s \mid l=1$

Вставляем сходящийся степенной ряд,

$$Z(s) = i \pi r - 2s - i \ln s + \frac{1/2 - 4/3 \zeta_3 + \dots}{2 \ln s - 1/c + \dots} \quad (III-2)$$

в уравнении

$$Z(s) Q^L(s) = P^{L-1}(s) \quad (III-3)$$

и определив коэффициенты при равных степенях  $s$ , мы получаем систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{я/ир} = p_0 \\ -2 + i\sqrt{\pi} q_1 = p_1 \\ -i\sqrt{\pi} - 2q_1 + i\sqrt{\pi} q_2 = p_2 \\ 4/3 - i\sqrt{\pi} q_1 - 2q_2 + i\sqrt{\pi} q_3 = p_3 \\ \dots \end{array} \right. \quad (III-5)$$

Здесь мы принимаем  $p_1 = 0$ , если  $|l| > L-1$ , и  $q_1 = 0$ , если  $|l| > L$ .

Альтернативный набор уравнений получается путем вставки асимптотический ряд

$$Z(s) = -c^{-1} - \frac{1-3/2}{c} - \frac{3-5/4}{15-8} c^{-7} - \dots \quad (III-6)$$

в уравнении (3):

$$\left\{ \begin{array}{l} -q_L = p_{L-1} \\ -d_{L-1} = p_{L-2} \\ -q_{L-2} - 1/2q_L = p_{L-3} \\ -q_{L-3} - 1/2q_{L-1} = p_{L-4} \\ \dots \end{array} \right. \quad (III-7)$$

Поскольку нам нужно  $2L$  уравнений для определения всех  $p: s$  и  $q: s$ , мы положим  $J+K=2L$  и выберем  $J$  уравнений из (5) и  $K$  уравнений из (7). Полученное приближение будет удовлетворять

$$|Z_A(s) - Z(s)| = \begin{cases} O(s^J), & s \rightarrow 0 \\ O(s^{-K}) & s \rightarrow \infty \end{cases}$$

В качестве альтернативы, мы могли бы начать со второго класса из (1) и расширенный

$$ZA(s) = L \text{ бл } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{1 \text{ ал}} - \frac{c}{2 \text{ аль}} - \frac{c^2}{3 \text{ аль}} - \frac{3c}{4 \text{ ал}} + \dots \\ c^{-1} + c_1 c^{-2} + c_1^2 c^{-3} + c_1 s^{3-4} + \dots \text{ да.} \end{array} \right. \quad (III-8)$$

Сравнение с (2) и (6) приводит к уравнениям

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{1=1}^L \frac{b_1}{c_1} = -i \sqrt{\pi} \\ \sum_{1=1}^L \frac{c}{2} = 2 \\ \text{Л с 1:} \\ \text{кл} \quad -3^\circ = i \rho \rho \rho - 1=1 \\ \dots \end{array} \right. \quad (III-9)$$

и

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & \text{Л} & c = & -1 \\
 & \text{р. 1=1} & & \\
 & \text{Л} & \text{блк л} & = 0 \\
 & \text{р. 1=1} & & \\
 & \text{Л} & 2 & = -1/2 \\
 & \text{я блк л 1=1} & & \\
 & \text{Л} & 3 & = 0 \\
 & \text{я блк л 1=1} & & \\
 & \dots & &
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III-10})
 \end{aligned}$$

На практике наиболее удобный способ вывести разложение аппроксимирующей функции в простейшую дробь — исключить  $p:s$  из  $L$  уравнений (5) и (7) и определить  $(s)=0$ , затем решить относительно и  $L$  нетривиальные уравнения имеют вид

$q:s$  из них. Уравнение  $Q$

полюса  $c_1, c_2, \dots, c_L$ ,

выбранные из (9) и (10) для определения  $b:s$ .

После этой процедуры был получен восьмиполюсный аппроксимант с использованием десяти уравнений из (5) и шести уравнений из (7). Значения коэффициентов приведены в Таблице 1.

Таблица 1

$$c_1 = 2,237\ 687\ 789\ 201\ 900 - i\ 1 \cdot 6\ 25\ 940\ 856\ 173\ 727$$

\*

$$c_2 = -c_1$$

$$c_3 = 1 \cdot 465\ 234\ 126\ 106\ 004 - i\ 1.789\ 620\ 129\ 162\ 444$$

\*

$$c_4 = -c_3$$

$$c_5 = .8392\ 539\ 817\ 232\ 638 - i\ 1 \cdot 891\ 995\ 045\ 765\ 206$$

\*

$$c_6 = -c_5$$

$$c_7 = .2739\ 362\ 226\ 285\ 564 - i\ 1.941\ 786\ 875\ 844\ 713$$

что  $= -c_7$

$$b_1 = -.017\ 340\ 124\ 574\ 718\ 26 - i\ .046\ 306\ 392\ 916\ 803\ 22$$

$$b_2 = 6 * 1$$

$$b_3 = -.739\ 916\ 992\ 322\ 50H, + я$$

$$8\ 39\ .517\ 997\ 809\ 9844$$

$$b_4 = 6 * 3$$

$$b_5 = 5,840\ 628\ 642\ 184\ 073 + i \cdot 9,5\ 3\ 600\ 905\ 764\ 3667$$

$$b_6 = b * 5 b_7$$

$$-5,583\ 371\ 525\ 286\ 853 - i\ 11.2\ 085\ 431\ 912\ 6599$$

$$b_8 = 67$$

В верхней половине  $s$ -плоскости точность этого аппроксиманта должна быть достаточной для всех целей. Однако при  $\operatorname{Im} s < 0$  ошибки увеличиваются по мере приближения  $s$  к полюсам, поскольку опущенный экспоненциальный член

$$c_{1/2} \exp(-s)$$

и когда  $s$  между 2 и 3, а для  $\operatorname{Im} s < 0$  может стать важным. Рисунки 1 и 2 показывают относительные погрешности  $(\operatorname{Re}(ZA(s)) - Z(s))/\operatorname{Re} Z(s) \cdot 100\%$  и  $\operatorname{Im}(ZA(s)) - Z(s))/\operatorname{Im} Z(s) \cdot 100\%$  для  $\operatorname{Im} s = -1/2$ . Мы видим, что относительная погрешность в  $\operatorname{Re} ZA$  остается меньше 2%, а погрешность в  $\operatorname{Im} ZA$  меньше 3%. Ошибки наибольшие для  $s$  между 2 и 3, и, таким образом, их можно отнести к влиянию полюса  $s_1$ .

Ан

Очевидная проблема с рациональными приближениями для функции  $Z$  заключается в том, что экспоненциальное поведение  $\operatorname{Im} Z(s) = \frac{1}{s} \exp(-s)$  для действительных  $s$  нельзя точно аппроксимировать рациональной функцией конечного порядка. Аппроксиманты обсуждаемого здесь типа обладают довольно тревожным свойством, что  $\operatorname{Im} ZA(s) < 0$  для некоторых действительных значений  $s$  (см. также Martin et al. (1980)). Абсолютная погрешность  $\operatorname{Im} ZA(s)$  для действительных  $s$  показана на рис. 3, где важным моментом является то, что небольшая погрешность для  $5 < s < 10$  делает  $\operatorname{Im} ZA(s)$  отрицательной в этом интервале. Физически это означает, что очень слабо затухающая волна может казаться слабо неустойчивой, поскольку  $Z$  заменяется на  $ZA$  при решении дисперсионного соотношения. Имея эту возможность в виду, однако, не должно быть трудно отслеживать и игнорировать эти «численные нестабильности»

если они появляются. Большие абсолютные ошибки, появляющиеся для  $s > 3$ , обычно должны быть незначительными, поскольку  $\operatorname{Im} ZA > 0$ , а относительная ошибка составляет менее 2 %.

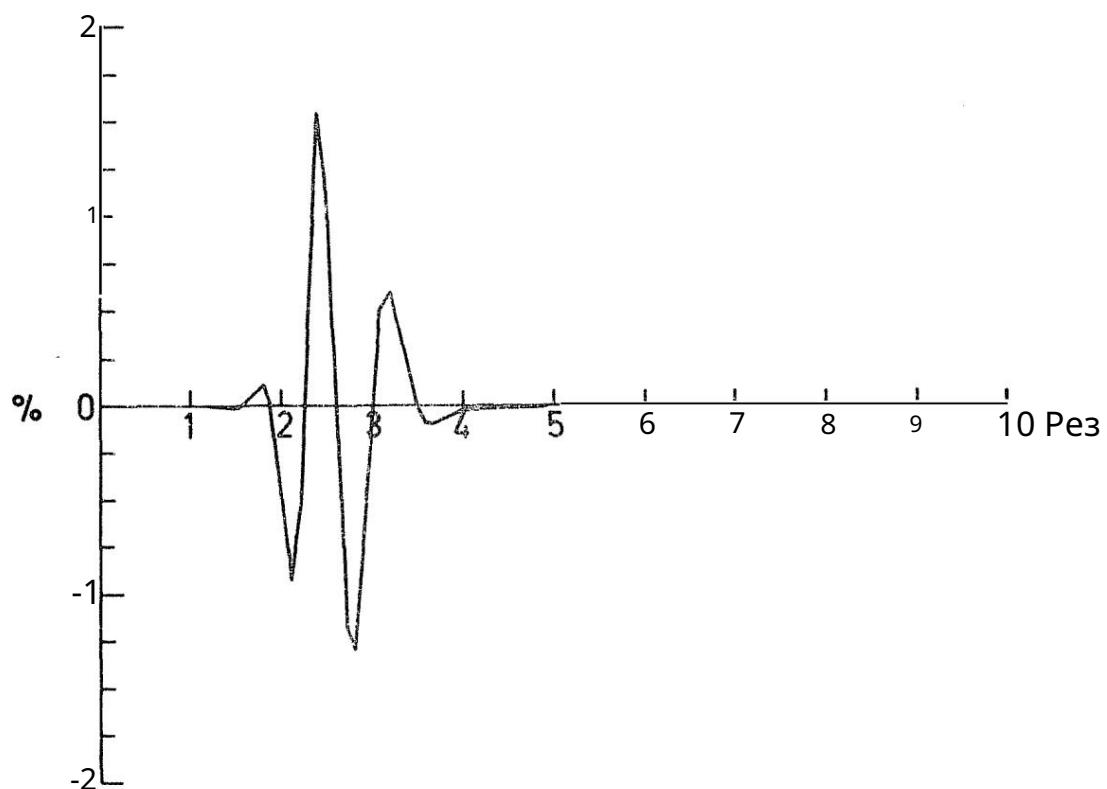


Рисунок 1 Относительная погрешность  $\operatorname{Re} ZA(s)$  в зависимости от  $\operatorname{Re} s$  для  $\operatorname{Im} s = -1/2 \operatorname{Res}$ .

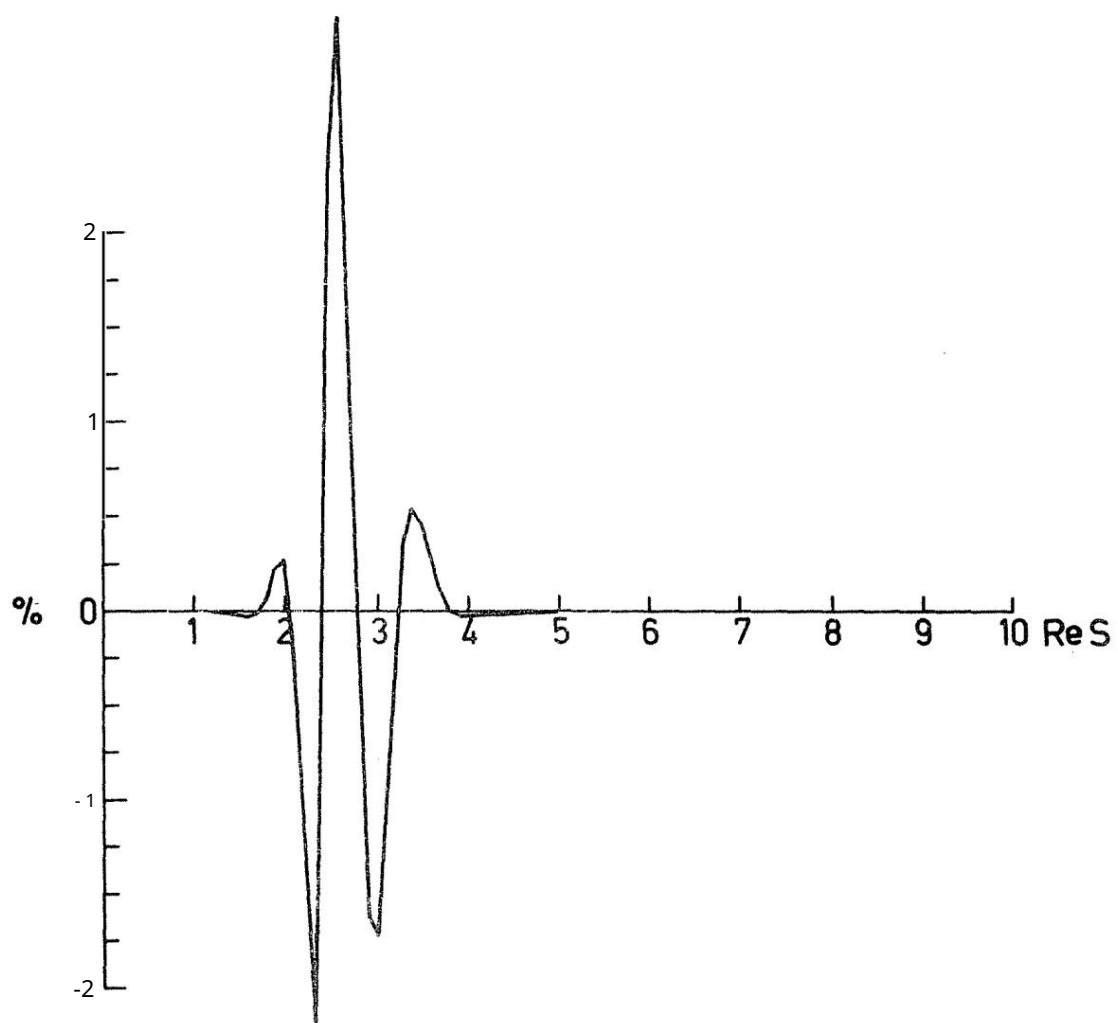


Рисунок 2 Относительная погрешность  $\text{Im}$

( $s$ ) против  $\text{Re } s$  для

$\text{Им } c = -1/2 \text{ Рез.}$

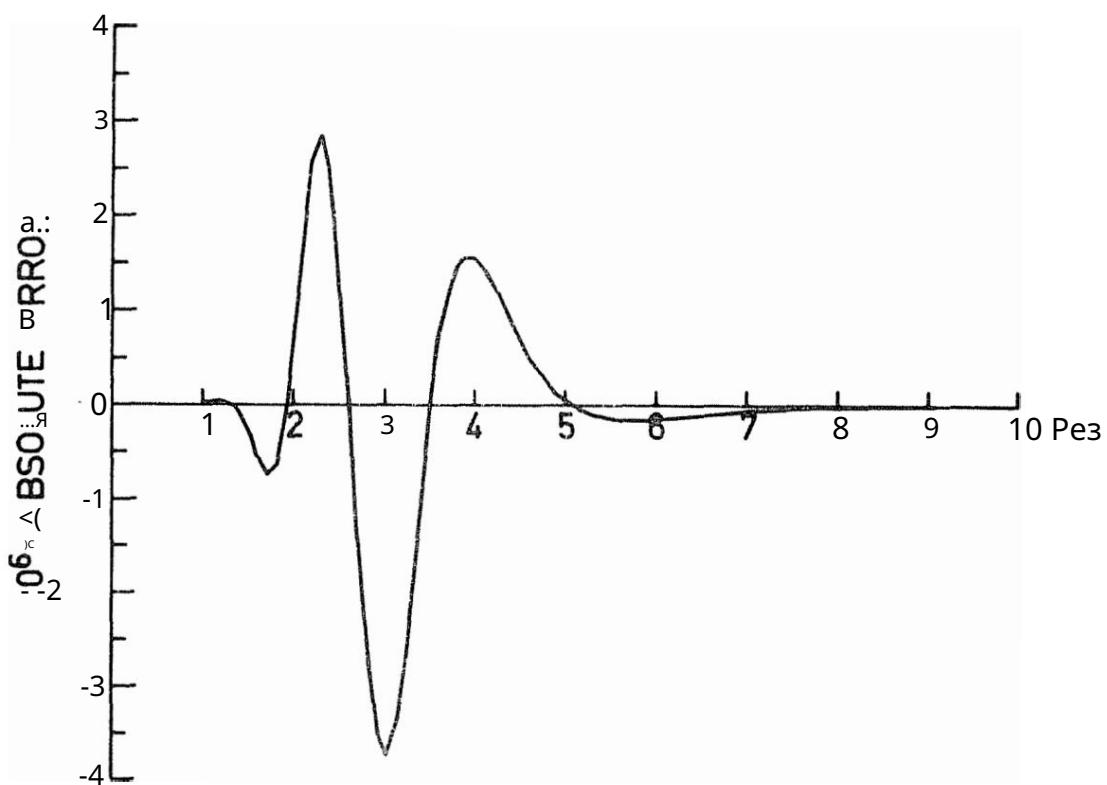


Рисунок 3 Абсолютная ошибка  $Im Z_A(s)$  в зависимости от  $s$  для  
 $B c = 0$ .

## IV. Функция Y. L. I.

ПОДПРОГРАММА RTAY

Функция R, введенная в разделе теории, определяется как

$$R(y, >, .) = \sum_{H=-->,. \text{ (ин)}}^{\infty} \frac{\Lambda H(A)}{H^2} \quad (IV-1)$$

$c\Lambda n(>, .) = e^{-\Lambda n(\lambda)}$ . Тесно связанные функции были исследованы, например, Амодтом (1967), Фредриксом (1968) и Карпманом и др. (1973) в их исследованиях волн с кпп Ри О.

Из соответствующих соотношений для модифицированных функций Бесселя легко показать, что R удовлетворяет рекуррентным соотношениям

$$\frac{dR(y, 1, .)}{dy} = [R(y+1, \lambda) + R(y+1, \lambda)] - P(y, \lambda, .) \quad (IV-2)$$

и

$$yR(y, A) = 1_2 \Lambda [R(y-1, \lambda) - P(y+1, \lambda)] + 1 \quad (IV-3)$$

Дифференцируем R дважды по A, используя (2) и (3)

получаем дифференциальное уравнение

$$A2 \quad \frac{d^2R}{dA^2} + (3+2\lambda) \frac{dR}{dA} + (-y + AR^2\lambda) = 0 \quad (IV-4)$$

Подставляя степенной ряд вместо R, находим решение

$$R() = \frac{f_{(y-1)} \sqrt{y}}{(y-4)} \frac{1 \cdot 3}{2} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3}{2} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3}{2} \dots \frac{(-\lambda >, .) H}{H!} \quad (IV-5)$$

$$= \frac{1}{y} \frac{y^2}{2} \frac{1}{y} \frac{(-\lambda >, .) H}{H!}$$

Этот ряд легко вычисляется и быстро сходится для малых  $\eta >$ . • Может быть, менее очевидно, что он полезен также для больших  $\eta$ , если  $y \gg \lambda$ . В этом случае ранние члены ( $n \ll y^2$ ) н, и их величина будет иметь вид  $y^{(2n+1)!!}$  ( $\sim y^{-n}$  будет быстро уменьшаться). Последующие члены останутся малыми

и

несущественно, если только  $y$  не чрезвычайно близок к целому числу.

## SUBROUTINE RASY

Когда  $\eta$  велико, асимптотический ряд для  $R(Yd)$  очень полезен. Так как  $e^{-\ln(\lambda)} + (2n\lambda)^{-1/2}$  как  $\eta \gg \lambda$ , то определение (1) то  $R(y, \lambda) = \lambda^{-1/2} [(2\sqrt{n})^{-1/2} y^2 \cot(ny) - y]$  для больших  $\eta$ . • мы видим из

Вводя  $n = \eta - 1$  и  $P = n-1R$ , дифференциальное уравнение (4) преобразуется к виду

$$\frac{d^3y}{d\eta^3} + (\eta - 2)y'' + (1 - ny)y' = -y^3 \quad (IV-6)$$

Частное решение этого уравнения:

$$G(\text{день}) = \frac{\eta^3 + ny^3 + v(1-y^2)}{3} \eta^2 + \frac{y^3(1-y^2)(4-y^2)}{1 \cdot 3 \cdot 5} \eta^3 \dots \quad (IV-7)$$

Дополнительная функция  $H(n) = n - 1/2$

Таким образом,  $P(n)$

удовлетворяет однородному уравнению

$$\frac{d^2H}{d\eta^2} + 2(H-1) \frac{dH}{d\eta} + \left(\frac{1}{4} - y^2\right) H = 0 \quad (IV-8)$$

условием  $H(0) = y^2 (n/2)$

и с граничным

решение найдено

$$H(n) = y^2 \left( \frac{2\pi}{\Gamma(1/2)} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{\frac{1}{4} - y^2}{2 \cdot 1!} n + \frac{(\frac{1}{4} - y^2)(\frac{9}{4} - y^2)}{2^2 \cdot 2!} n^2 + \right. \\ \left. + \frac{(\frac{1}{4} - y^2)(\frac{9}{4} - y^2)(\frac{16}{4} - y^2)}{2^3 \cdot 3!} n^3 \dots \right\} \phi \quad (IV-9)$$

Возвращаясь к исходным переменным, мы можем записать асимптотический ряд в удобной форме

$$R(y, \lambda) \simeq \sum_{n=0}^{\infty} R_n \quad (A > 1) \quad (\text{IV-10})$$

где  $R_n$  определяется рекурсивной формулой

$$R_{n+2} = \frac{n^2 - 4n^2}{(n+1)4} R_n$$

и

(IV-11)

$$R_0 = -y/\lambda \quad \text{и} \quad R_1 = \frac{2\pi 1/2}{(-3)\cot\pi/2} R_0$$

Этот ряд дает очень точные результаты для  $A > 10$ , если  $y$  не слишком велико. Однако из рекурсивных соотношений (11) мы видим, что если  $y^2 > |\lambda| > 1$ , то ранние члены будут увеличиваться по величине примерно как  $y^2 / (n+1)$ . В этом случае сходимость, очевидно, будет медленнее, и точность может быть легко

потеряна из-за ошибок усечения.

#### ПОДПРОГРАММА RINT

Интегральное представление функции  $R(y, i)$  можно получить, вставив

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} f \cos(n \arctan t) dt = \frac{n \pi (-1)^n}{2} \operatorname{B}(A) \quad (\text{IV-12})$$

в определении (1) и используя производящую функцию для  $\operatorname{In}(z)$

$$e^{\frac{\lambda}{2}(t+t^{-1})} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B(A) t^n \quad (\text{IV-13})$$

Это приводит к представлению

$$P(y, i) = \int_0^\infty y \int_0^\infty e^{-\lambda(1+\cos w)} \sin i s \sin u d s d u \quad (\text{IV-14})$$

из  
боже мой

При больших значениях у фактор  $\sin YIP$  будет быстро колебаться, и прямое численное интегрирование становится затруднительным. Как описано Фредриксом (1968), эти колебания можно устранить, оценивая интеграл вдоль правильно выбранного контура в комплексной плоскости  $tP$ .

Сначала мы частично интегрируем (14), чтобы найти

$$R(y, \lambda) = (y^2 I(y, \lambda) - y) / \lambda \quad (\text{IV-15})$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(y') &= \frac{1}{\text{грех или о}} \int_0^{\pi} f(\mu) (1 + \cos(\mu)) \cos YIP d\mu = \\ &= \frac{1}{\sin y} \int_0^{\pi} e^{A(\cos(\mu)-1)} \cos y(tP-\mu) dtP = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{J}_+ + \mathbf{J}_-) \text{котный} + \frac{1}{2i} (\mathbf{J}_+ - \mathbf{J}_-) \end{aligned} \quad (\text{IV-16})$$

Здесь мы определили

$$J(\lambda) = i \int_0^{\pi} A(\cos(\mu)-1) \pm iy(\mu) \sin I \pm y d\mu \quad (\text{IV-17})$$

Полагая  $tP = \ln(1 + y)$  и  $y = w + iY$ , находим, что мнимая часть показателя степени равна  $-i \operatorname{arcsinh} 13 \pm wa + y/3$ . Если бы  $w$  был действительным, как в случае, рассмотренном Фредриксом (1968), контуры  $C \pm$ , показанные на рисунке 4, были бы траекториями стационарной фазы. Фаза равна нулю на мнимой оси и вдоль кривых, начинающихся с  $\pm B_0 = \operatorname{sinh}^{-1} w/|w|$ . В терминах  $I(y) = ya/\lambda \sin a$  эти кривые определяются как  $13 = \pm \operatorname{sinh}^{-1} w/|w|$ . Фазовый сдвиг

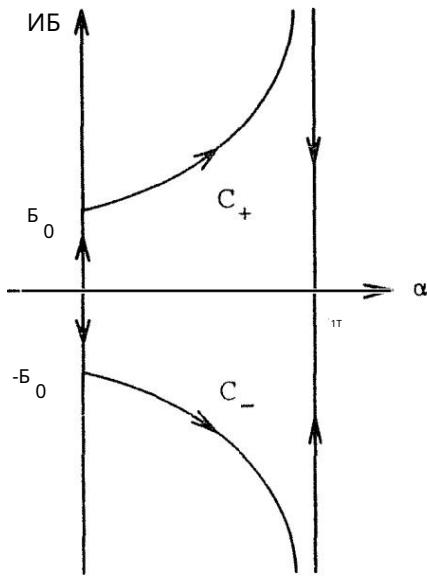


Рисунок 4. Контуры для интегралов  
 $r \pm$  в комплексной  
 плоскости .

имеет место при  $a = T$   $C = \pm\infty$   
 где подынтегральные функции являются  
 экспоненциально малы, и  
 вдоль линии  $CL = 7T$  фаза равна  
 $\pm\pi n$ . Когда у  
 комплексный, контуры из  
 стационарной фазы больше не нет  
 могут быть явно определены. из-  
 Однако, пока  $y < w$  мы могли бы  
 ожидать, что колебания будут сильно  
 затухающие вдоль контуров  $C \pm$ .  
 Интегрируя по этим путям, находим

$$\begin{aligned} B &= \int_0^{\infty} y(\cosh S - 1) y B dS + \\ &\frac{\{e^{[(1+ij)]} \cos CL[-1] - y \sinh ij\} \pm CL[y[1 \pm i \sinh ij]]}{\partial \alpha} da + \\ &\pm i \cosh^{-1} (\cosh S - 1) y S \pm \end{aligned} \quad (IV-18) 2$$

Используя уравнение (16), после некоторых преобразований находим, что вклады из строки  $CL = 1r$  сокращаются, а оставшиеся вклады могут быть записаны

$$I(y, A) = f e^{\int_0^y A (\cosh x - 1) - y x dx} + \int_0^y [F(x)C(x) + H(x)S(x)] dx$$

где  $T(x) = A[(1+t^2)/2 \cos x - 1]$ ,  $B(x) = \sinh^{-1} t \mu$ ,  $C(x) = \cosh yx$ ,  $S(x) = i \sinh yx$ ,  $F(x) = \cot 1r y + G(x)$ ,  $H(x) = 1 - G(x) \cot 1ry$ , и  $G(x) = aB/ax$ . Эта нотация выбрана для соответствовать именам переменных, используемых в коде.

Производные  $I_{\pm}$  из уравнения (17) оказываются следующими:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{\pm}}{\partial y} &= \pm \int_0^{\pi} \phi \left[ A (\cos tp - 1) \pm iytp(pdt) \right] dt \\ &\text{является} \\ \frac{\partial^2 I_{\pm}}{\partial y^2} &= \pm i \int_0^{\pi} \left[ (\cos tp - 1) \pm iytp (\cos s tp - 1) ds \right] dt \quad (IV-20) \end{aligned}$$

Преобразование этих интегралов в контуры  $C_{\pm}$  и их объединение, как предписано производными уравнения, утомительно, но просто. Производные (16)

$I(y, >.)$  таким образом оказываются

$$\begin{aligned} y_{\pm} &= \text{есть} \int_0^B -yc \circ trry J \left[ F \cdot OH \cdot P + D(CG \cdot S) \right] dx \\ &\quad \text{и} \int_0^> (\cos shx - 1) - yx dx \\ -yf &\text{ и} \int_0^{TI-T-B} [F \cdot OH \cdot P + D(CG \cdot S)] dx \\ &\quad \text{да} \int_0^B -yc \circ t1ry J \left[ (F \cdot T - Hxw)C + (H \cdot T + Fxw)S \right] dx \quad (IV-21) \\ &\quad + \int_0^{T-yB} \left[ (F \cdot T - Hxw)C + (H \cdot T + Fxw)S \right] dx \\ y \lambda \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} &= \int_0^B -yc \circ t1ry J \left[ \lambda (\cosh x - 1) - yx \right] dx - \int_0^B (\cos shx - 1) x dx \\ &\quad - y \int_0^{\pi} e^{T-yB} \left\{ F(T \cdot O - P \omega x) - H(T \cdot P + O \omega x) + [(T + G \omega x)C - (G \cdot T - \omega x)S]D \right\} dx \end{aligned}$$

где мы ввели  $D = TI(1 + \cot^2 ny)$ ,  $O(x) = B(x)C(x) + xS(x)$  и  $P(x) = xC(x) - B(x)S(x)$ . Наконец, из уравнения (15) имеем

$$\begin{aligned}
 \text{упра} &= 2 P + y^{\prime\prime}(y) \quad 2 \text{ оИ} + 1 \\
 P &= \frac{0}{0A} \quad (\text{AP}) = \text{годы} \\
 \text{ори-} &= 2 P + 3 \text{ и } \frac{2 a \Gamma}{\text{ая}^{\prime\prime}}
 \end{aligned} \tag{IV-22}$$

Интегралы (19) и (21) вычисляются с помощью квадратуры Гаусса.

формула труа, использующая 16 точек. Абсциссы  $A(I)$  и веса  $W(I)$  взяты из Abramowitz и Stegun (1965).

Когда  $y$  велико, подынтегральное выражение во втором интеграле становится очень малым,

когда  $x$  приближается к  $T_1$ . Полуэмпирическая формула

завод  $UL = T_1 - 2.8y(36+y)^{-1}$  дает  $T(UL)-yB(UL), \dots, -100$  и мы

Таким образом, можно безопасно интегрировать только до  $UL$ , получая повышенную точность на оставшемся интервале.

#### SUBROUTINE RYLA

Подпрограмма RYLA возвращает (2,2)-массив RC,

$$PK = \left[ \begin{array}{cc} P(y, " \geq ") & \text{и} \frac{\partial P}{\partial y}(y, ; q) \\ , & \text{является} \\ P(y, " \geq ") & \text{или} \frac{\partial P}{\partial y}(y, " \geq ") \end{array} \right] \tag{IV-23}$$

Значение RC рассчитывается одним из трех методов

описаны выше. Для заданных значений  $y$  и " $\geq$ " , метод

выбранный можно найти на рисунке 5. Сравнивая различные методы, мы обнаруживаем,

что они согласуются по крайней мере с шестью знаками после запятой вдоль границ,

показанных на рисунке 5, и

В большинстве случаев точность должна быть еще выше внутри каждого региона.

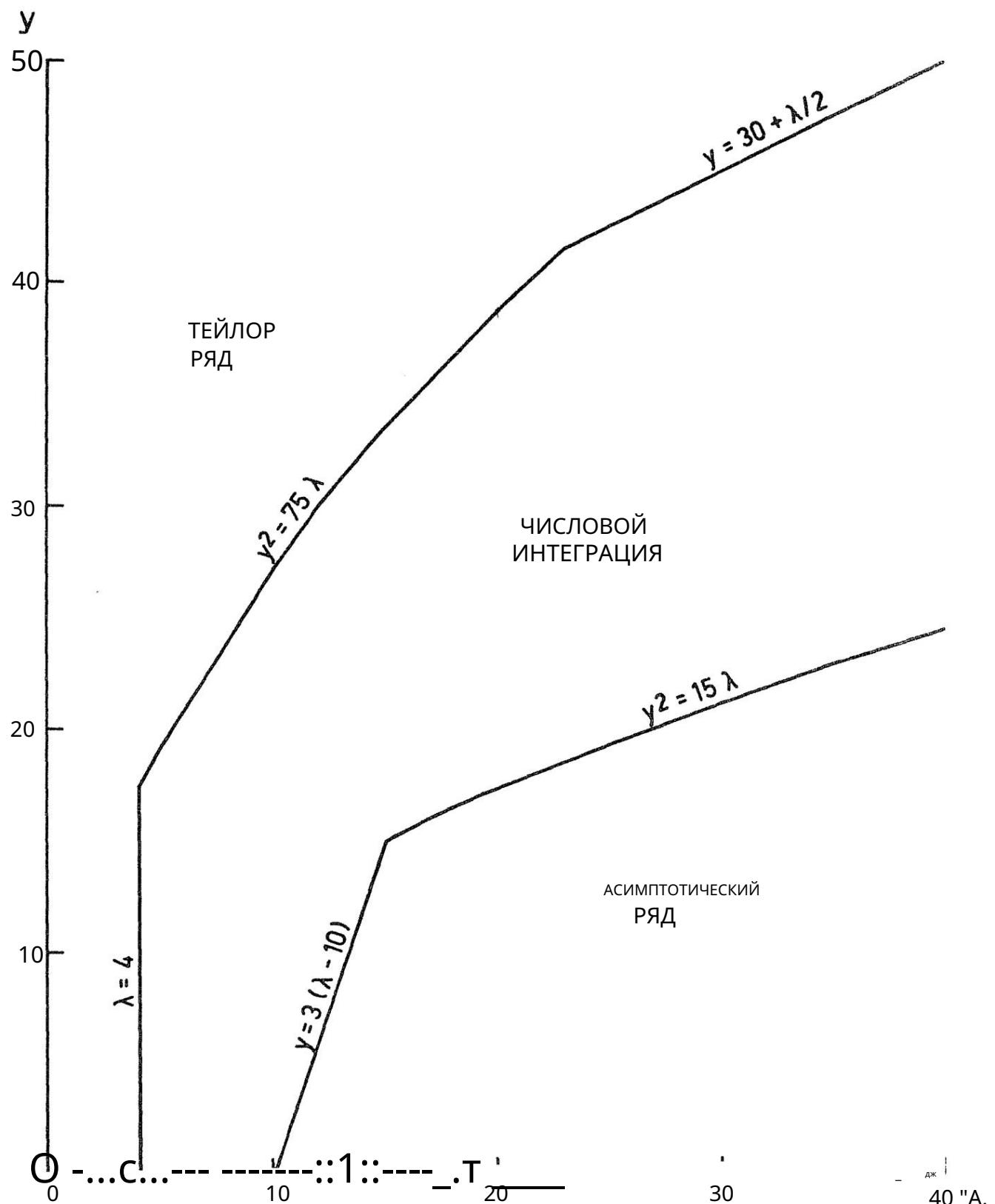


Рисунок 5. Различные методы, используемые для вычисления  $R(y, j, \lambda)$ , показаны на этом графике плоскости  $Ay$ .

- 25 -

C ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.29.29

```
SUBROUTINE RYLA<Y,AL,RC>
КОМПЛЕКС Y, RC(2,2>
C
C      **** ВЫБЕРИТЕ МЕТОД ОЦЕНКИ ****
ЕСЛИ(AL.LT.4) ПЕРЕЙТИ К 1
AY=CABS<Y>
ЕСЛИ<AY**2.GT.75.*AL) ПЕРЕЙТИ К 1 ЕСЛИ<AY.GT.30.+AL/
2.) ПЕРЕЙТИ К 1
C
ЕСЛИ<AY**2.LT.15.*AL.AND.AL.GE.15.)           ПЕРЕЙТИ К
2 ЕСЛИ(AY.LE.3.*(AL-10.>.AND.AL.LE.15.)) ПЕРЕЙТИ К 2
C
C      **** ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ ****
ВЫЗОВ RINT(Y,AL,RC)
ВОВРАЩАТЬСЯ
C
C      **** СЕРИЯ ТЕЙЛОР ****
1 ВЫЗОВ RTAY<Y,AL,RC)
ВОВРАЩАТЬСЯ
C
C      **** АСИМПТОТИЧЕСКИЙ РЯД ****
2 ВЫЗОВ PACЫ<Y,AL,RC>
ВОВРАЩАТЬСЯ
Д
```

C ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.31.47

ПОДПРОГРАММА RTAYCY,AL,RC>  
КОМПЛЕКС Y,Y2,RCC2,2),PN,PYN,COT  
C \*\*\*\*\* СЕРИЯ ТЕЙЛОР\*\*\*\*\*

Y2=Y\*Y  
10 PN=Y / < Y2- 1 • )  
ПИН=-Y\*<Y2+1. )/(Y2-1. )\*\*2 RC<i,I)=PN  
RC<1,2)=PN  
RC(2,1)=PYN RC  
C 2, ::::> =PYN

DO 1 1==2, 100 COT=C2\*I-1)/  
CY2-I\*\*2>\*AL PYN=COT\*<PYN-2.\*Y2/CY2-I\*\*2>\*PN>  
PIN=COT\*F'N 1 )=RC< 1 1 > +F'N RC C 1 RC<2,1)=RC(2,1)+PYN  
RC<1,2)=RC(1,2>+I\*PN  
< PN) 1 . , RC(2,2)=RC(2,2)+I\*PYN \* T=CABS  
Е::: ЕСЛИ<T.LT.CABS(RCC1,1))) ПЕРЕЙТИ К 2 1  
ПРОДОЛЖИТЬ 2 ПРОДОЛЖИТЬ КОНЕЦ

C ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.31.47

ПОДПРОГРАММА RASY(Y,AL,RC>  
 КОМПЛЕКС Y,Y2,COT,P,PY,PP,PPY,PN,PYN,QN,QYN,RC(2,2>  
 C \*\*\*\*\* АСИМПТОТИЧЕСКИЙ РЯД\*\*\*\*\* PI=3,14159265358979 Y2=Y\*Y  
 COT=CCOS<PI\*Y>/CSIN<PI\*Y> C=1,E99 PN=-  
 Y/AL PYN=PN  
 A=1./(AL\*SQRT(2)).\*PI\*AL

QN=PI\*Y2\*COT\*A  
 OYN=QN\*<2.-Y\*PI\*COT>-Y\*PI\*\*2\*Y2\*A  
 C  
 P=PN+QN  
 PY=PYN+QYN  
 PP=-PN-1,5\*QN PPy=-  
 PYN-1,5\*QYN AY=CABS<Y>+2.

C  
 DO 4 N=t,100 M=N-1

PYN=(PYN\*<M\*M-Y2)-2.\*Y2\*PN)/((2\*M+I)\*AL> PN =PN\*<M\*M-Y2)/  
 ((2\*M+1)\*AL)  
 QYN=(QYN\*<<M+.5>\*\*2-Y2)-2.\*Y2\*0N)/(2.\*N\*AL> QN =QN\*<<M+.5>\*\*2-Y2)/  
 (2.\*N\*AL> ЕСЛИ(M.LT.AY) ПЕРЕЙТИ К 3 C=N\*<CABS(PN)>  
 +CABS(QN))

ЕСЛИ(C.LE.1.E-7\*CABS<PP>> ПЕРЕЙТИ К 5 ЕСЛИ(C.GE.T>  
 ПЕРЕЙТИ К 5 3 P =P + PN + QN

PY =PY+ PYN + QYN PP =PP -<N  
 + 1.)\*PN -(N +1,5)\*0N PPy=PPY-<N + 1.>\*PYN-<N  
 +1,5)\*QYN 4 T=C

C  
 5 RC(1,1>=P + PN + QN  
 RC<2,1>=PY+ PYN+ QYN  
 RC(1,2>=ΠΠ+Π  
 RCC2,2)=ΠΠЙ+ΠΠЙ  
 ВОЗВРАЩАТЬСЯ  
 КОНЕЦ

C ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.31.47

ПОДПРОГРАММА RINT<Y,AL,RC)  
 \*\*\*\*\* ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ\*\*\*\*\*  
 КОМПЛЕКС RC(2,2),Y,COT,D,EXF,F,H,O,P,R,RY,RP,RPY,S  
 РАЗМЕР А(16), Ш(16)  
 АБСКИСЫ ДЛЯ ГАУССОВОЙ ИНТЕГРАЦИИ  
 ДАННЫЕ А/  
 D - .86563 12023 87831, -.98940 09349 91649,-.94457 50230 73232, 440:3:3 55003,-.61787 62444  
 D -> 45801 6777 6 D [I • B(:, 16,:) 91649, -.75540 -.28160 :35507 79258,-.09501 25098 02643,  
 57227, .94457 50230 , :;;: 4 :? .1 T) · 440:::3 55003, .61787 62444 35507 37637,  
 12(>2: : D · 45::K> 1 6777 6 ВЕСОВОЙ 87831, .•?j:::3)4{} .09501 25098 73232,  
 КОЭФФИЦИЕНТ::: [I 1,J D · 0? 57227, .75540 02643,  
 C 515 :::5116 .28160 79258, :376:::7 Я,  
 ; 82492, .02715 24594 11754, .06225 35239 2:8647,  
 D . H;915 i:::,519:3 95002, [I D .09515 .12462 :3 17 12 c::: c:1894549594; 1883 16576, \_J ..t ..t .., :;:3415() 44· :2:::,  
 .1132/:,, .0 02715 55(il-;:::, 24594 1 1754, .06225 362:3+7 :3:i/:,4'7 :::, 712 C: 14959 59(:8?:  
 85116 82492, D .16915 65193 95002, D .12462 .1 17 6, :34150 4492:;, 1 :=:114.5 06104 55(i;,e;  
 PI/3.14159265358979/ .• 1 φ::2/:,0

C  
 ДО 1 Я== 1 -4 1 РК  
 (Я)=(0 . , 0.)  
 YA=AIMAG(Y)  
 Y=РЕАЛЬНЫЙ(Y)  
 UL=PI-2.8\*Y/(36.+Y)  
 COT=CCOS(PI\*Y)/CSIN(PI\*Y)  
 D=ПИ\*(1. + KOT\*\*2 )  
 C=YR/AL  
 XO=ALOG(C+SQRT(1. + C\*\*2))

C  
 ДО 10 Я:::-:: 1, 16 X=UL/  
 2.\*(1.+A(I))  
 Z=-:;B< X)  
 C=CO::: ( X )  
 O=ЙР/АЛ\*X/ЗТ=СГ!  
 PT(1.+Γ\*\*2)  
 B=ALOG(O+T)  
 G= ( 1 \* / X ·C / Z ) \*G / T \* T=A| < T  
 \*C-1 . >  
 Z=EXP<X\*YA>  
 C=.5\*(Z+1./Z)  
 S=(0.,5)\*<Z-1./Z)  
 F=COT+O H=  
 1 · .."G\*COT  
 EXF==CEXF'CT-Y\*B)  
 O=B\*C+X\* ;  
 P==X\*C..B\*3 .  
 XY=X\*YR R==  
 < F\*C+H· '.:) \*EXF  
 RY=<F\*OH\*P+D\*(C-G\*S))\*EXF RP=( (F\*TH\*XY)\*C:I  
 (I+ T-1-F\*XY)\*S)\*EXF RPY=<F\*<T\*O-XY\*P)-H\*(T\*P+XY\*O)+  
 ((T+XY\*G>\*C-<G\*T-XY>\*S)\*D)\*EXF

C  
 X=X0/2.\*(1. + A (л))  
 Z=EXP(X)  
 C=(Z+i./Z)/2.-1.  
 P=CE XF' ( ( L.-i CY \*X)  
 ФК( 1 1 ) ==ФиС ( J , 1. ) ·1-λ..I ( л ) ( УЛ \*P +-ХО\*Π)  
 RC(2,1>=RC<2,I)-W(I)\*(UL\*RY+XO\*X\*PI)

RCC1,2)=RCC1,2)+W(I)\*(UL\*RP+XO\*AL\*C\*P)  
RC(2,2)=RC<2,2>-W(I)\*(UL\*RPy+XO\*AL\*X\*C\*P)  
10 ПРОДОЛЖИТЬ

C

ИЛИ=И/АЛ  
Р=Y\*\*2/2.  
RC(I,I)>=0\*<Y\*RCC1,1)/2.-1.)  
RC<2,1)=2.\*RC(1,1)+0\*(P\*RC(2,1)+1.>  
RC(1,2)=Y\*O\*RCC1,2)/2.  
RC(2,2)=2.\*RC(1,2)+0\*P\*RCC2,2)  
КОНЕЦ

## V. Тензор восприимчивости

X<sup>kl</sup>; ПОДПРОГРАММА CHI

Тензор восприимчивости, определенный уравнением (II-16), оценивается в подпрограмме CHI, и результат возвращается в (6, 4)-массиве XSI.

Параметры аппроксимации Z-функции хранятся в массивах B (вычеты) и C (полюса). Если аргумент Z(s) находится слишком далеко в комплексной s-плоскости,

Состояние ошибки IERR=1 возвращается в вызывающую процедуру.

Для каждого члена в разложении простейших дробей значение R(y, aλ), где  $y = x - z(c_1 + Va)$ , получается из  
SUBROUTINE RYLA.

Функции

$$1/J = (1 + azc_1y^{-1})R(y, a\lambda) \quad (V-1)$$

и

$$\psi' = (1 + azc_1y^{-1})R'(y, a\lambda) \quad (V-2)$$

хранятся в переменных PS и PSP соответственно, а компоненты формируются в соответствии с уравнением (II-16). ИЗ

Когда KOL 2, производная по оси x  
первая форма

$x^{\text{Kol.}} =$  также оценивается. Мы

$$\text{психология} = (1 + azc_1y^{-1})R^{-1} \quad (V-3)$$

и

$$\text{ППЫ} = (1 + azc_1y^{-1})R^{-1} \quad (V-4)$$

и затем получать

$$\Delta P = x_{\text{топор}} = \frac{x}{y} - (PСИ - azc_1y^{-1}R) \quad (V-5)$$

и

$$\text{ВВЕРХ} = x_{\text{топор}} - X_{-} - (PПЯ и - 1 \text{ год}^{-1} R') \quad (V-6)$$

a.

Определение D1 = c1 + Va, компоненты xa ;ax могут быть написано как

$$x \frac{\partial x_{11}^a}{\partial x} = a \text{Л B1[xlj; + y DP] 1=1}$$

$$x \frac{\partial x_{12}^a}{\partial x} = ia \cdot L B1 UP 1=1$$

$$x \frac{\partial x_{13}^a}{\partial x} = a \text{П}; B1D1DP 1=1$$

(V-7)

$$x \frac{\partial x_{22}^a}{\partial x} = x \frac{\partial x_{11}^a}{\partial x} - 2a \sum_{j=1}^2 B1y [DPP-xy I/j]$$

$$x \frac{\partial x_{23}^a}{\partial x} = iap I: B1D1y-1[DPP] - xy I/j$$

$$x \frac{\partial x_{33}^a}{\partial x} = 2a \sum_{j=1}^2 B1D1Y [x] + \Delta P - xy (x-zVd+\lambda j)$$

Производная z оценивается, когда KOL 3. Замечание что ay/az = -D1 получаем

$$DP = z = \frac{z}{y} [\alpha C_1 xy^{-1} R - D_1 PSY] \quad (V-8)$$

и

$$\Delta P = z = \frac{z}{y} [\alpha C_1 xy^{-1} R' - D_1 PPY] \quad (V-9)$$

и выражения для za /<iz легко записываются через эти функции.

Когда KOL 4, p-производные также оцениваются. SUB-

Сначала вызывается ПРОГРАММА RYLA для оценки R(y-1, a),  
затем

и

$$\Delta \Pi = \frac{\text{боже мой}}{\Pi_{\text{оп}}} = 2(1j) - 1jj \quad (\text{B-10})$$

и

$$\Delta \Pi \Pi = \frac{-}{\Pi_{\text{на}}} = 2 2 \int_{-a}^a R(y-1, aA) 2 y^{-1} - a A_{ij} \quad (\text{B-11})$$

формируются. Формулы для  $P_0$  /or тогда тривиальны  
полученный.

ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.31.47

ПОДПРОГРАММА CHI<XSI,J,IB,COL,IERR)

АРГУМЕНТЫ: XSI СОДЕРЖИТ ТЕНЗОР ВОСПРИИМЧИВОСТИ ПО ВОЗВРАТУ.

дк.	НОМЕР КОМПОНЕНТА.
один	ИНДЕКС ДЛЯ АА (АЛЬФА>
ПОКА	ОПРЕДЕЛЯЕТ, НУЖНО ЛИ ОЦЕНИВАТЬ ПРОИЗВОДНЫЕ.
ФЛАГ ОШИБКИ IERR, УСТАНАВЛИВАЕТСЯ = 1, ЕСЛИ ЗАТУХАНИЕ СЛИШКОМ СИЛЬНОЕ.	

КОМПЛЕКС Х,XX,XY,AI,BL,CL,DL,BLY,RC(2,2),XSI<6,4>, 2

В{8},C{8},PS,PSP,PSY,PPY,DP,DPP,Y,ZY

ОБЩИЙ /XPZ/ XX(6l,PP(6),ZZ(6),AA(6,2),DD(6),ASS(6),VDC6)

\*\*\*\*\* ОСТАТКИ ДЛЯ АППРОКСИМИРОВАННЫХ ДАННЫХ \*\*\*\*\*

ПАДЕ В/-1.734012457471826E-2,-4.630639291680322E-2, В (-1.734012457471826E-2,

4.630639291680322E-2), В <-7.399169923225014E-1, 8.395179978099844E-1),

(-7.399169923225014E-1,-8.395179978099844E-1), BB < 5.840628642184073 , 9.536009057643667E-1>, В

( 5.840628642184073 ,-9.536009057643667E-1), (-5.583371525286853 ,-1.120854319126599

EI>, В 1,120854319126599 Эл)/, Б <-5.583371525286853

\*\*\*\*\* ПОЛЮСА АППРОКСИМАЦИИ ПАДЕ

\*\*\*\*\*

CI (2,237687789201900, -1,625940856173727),  
 CI (-2,237687789201900, -1,625940856173727),  
 C . ( 1,465234126106004, -1,789620129162444),  
 C-1,465234126106004, -1,789620129162444),  
 (.8392539817232638, -1,891995045765206),  
 (-.8392539817232638, -1.891995045765206),  
 (.2739362226285564, -1,941786875844713),  
 (-.2739362226285564, -1.941786875844713)/

X=XX(J)

Z=ZZC,J)

P=PP < ..t >

A=AA < J, IB )

VZ=VD(J)\*Z A I= ( 0

\* 1 \* ) \*A IF ( A::: ; (J) \*

EO. 0. ) AI=-AI AL=.5\*F'\*P ALA=A\*AL

ДО 1 Я= 1 1 .,24.

X:::Я(Я)=(О.,О.)

XI=AIMAG(X)

ЕСЛИ (XI. ОЕ. О. ) CiOTIJ 3

NX=X

RX==X-NX

ИСПЫТАНИЕ НА СИЛЬНОЕ ДЕМПФИРОВАНИЕ

ЕСЛИ<RX.GT .. 5) RX=I.-RX

ЕСЛИ(XI.GE.-.6\*RX.OR.XI.GE.-Z) ПЕРЕЙТИ К 3 IERR=I ВОЗВРАТ :3 x::n < 1 .., 1) ==A

XSI(6,1)==A\*<1.

+ 2.\*VD(J)\*\*2 )

ДО 4 Л= 1, ::: БЛ=Б(Л.)

КЛ=C(Л.)

ДЛ=КЛ +ВД ( ,ДЖ)

Y=-X-DЛttZ .

```

БЛЙ=БЛ/Г *****
C      ОЦЕНИТЬ R-ФУНКЦИЮ ***** ВЫЗОВ RYLA<Y,ALA,RC)

XY=1. + A*Z*CL/Y
ПС=XY*RC(I,1)
ПСП=XY*RC(I,2)
C      ***** ТЕНЗОР ВОСПРИИМЧИВОСТИ ФОРМЫ*****
XSI(1,1)=XSI<1,1>+A*BL*Y*PS XSI(2,1)=XSI(2,I) +
AI*BL*PSP XSI(3,1)=XSI(3,I) + A*P*BL*DL*PS
XSIC4,I)=XSI(4,1)+BLY*PSP XSI(5,I)=XSI(5,I)
+AI*P*BLY*DL*PSP
XSI(6,I)=XSI<6,1>+2.*A*BLY*DL**2*<X-VZ + AL*PS>

C
ЕСЛИ<KOL.LE.1> ПЕРЕЙТИ К 4 *****
C      ФОРМИРУЙТЕ X-ПРОИЗВОДНЫЕ XSI ***** PSY=XY*RC(2,1)

ППY=XY*RC(2,2)
XY=X/Y DP
=XY*(PSY-A*Z*CL/Y*RC(I,1))
DPP=XY*<PPY-A*Z*CL/Y*RC<1,2>
XSIC1,2)=XSI(1,2)+A*BL*<Y*DP+ X*PS>
XSI(2,2)=XSI<2,2>+AI*BL*DPP
XSI(3,2)=XSI(3,2)+A*P*BL*DL*DP
XSI<4,2>=XSI(4,2)+BLY*(DPP-XY*PSP)
XSI(5,2)=XSI(5,2)+AI*P*BLY*DL*<DPP-XY*PSP>
XSI(6,2)=XSI<6,2> + 2.*A*BLY*DL**2*(X+AL*DP-XY* (X-VZ+AL*PS ))
C
IFCKOL.LE.2> ПЕРЕЙТИ К 4 *****
C      ФОРМА Z-ПРОИЗВОДНЫХ XSI *****
ZY=Z/Y DP
=ZY*<A*CL*XY*RC(1,1)-DI*PSY> DPP=ZY*(A*CL*XY*RC(I,2)-
DL*PPY)
ZY=DL*ZY
XSIC1,3)=XSIC1,3) + A*BL*Y*(DP-ZY*PS)
XSI(2,3)=XSI(2,3)+AI*BL*DPP
XSI(3,3)=XSI(3,3)+A*P*BL*DL*DP
XSI(4,3)=XSI(4,3)+BLY*<DPP+ZY*PSP>
XSI(5,3)=XSI(5,3)+AI*P*BLY*DL*<DPP+ZY*PSP>
XSI(6,3)=XSI(6,3)+2.*A*BLY*DL**2*(AL*DP-VZ+ZY*(X-VZ + AL*PS))

I
IFCKOL.LE.3> ПЕРЕЙТИ К 4
C      ***** ФОРМА P-ПРОИЗВОДНЫХ XSI *****
CALL RYLA<Y-1.,ALA,RC)
DP=2.*(PSP-PS)
DPP=2.*AI*((Y/(Y-1.))**2*RC(1,2)-PSP>-Y*DP XSI<1,4>=XSI(1,4)+A*BL*Y*DP
XSI(2,4)=XSIC2,4)+AI*BL*DPP
XSI(3,4)=XSIC3,4)+A*P*BL*DL*(DP+PS)

XSI(4,4)=XSI(4,4)+BLY*(2.*PSP+DPP)
XSI(5,4)=XSIC5,4>+AI*P*BLY*DL*<PSP+DPP> XSI(6,4)=XSI(6,4)+4.*A*BLY*DL**2*AI*PSP
4 ПРОДОЛЖИТЬ ****

C      КОМПЛ"E XSI14, )
***** *****
XS1(4,1)=XSI(1,1)-2.*A**2*AL*XSI(4,1)
XSI<4,2>=XSI(1,2)-2.*A**2*AL*XSI(4,2)
XSI(4,3)=XSI<1,3>-2.*A**2*AL*XSI(4,3)
XSI(4,4)=XSI(1,4)-2.*A**2*AL*XSI(4,4)
КОНЕЦ

```

## VI. Дисперсионная функция D(w, )s); ПОДПРОГРАММА ОТЛИЧНАЯ

В этой процедуре тензор диэлектрической проницаемости {w,) сначала формируется в соответствии с уравнением (II-11), используя значения

<sup>a</sup> (w, k) получено из ПОДПРОГРАММЫ СН1. Компоненты с = и производные <sub>x</sub> = если:  $\xi / ax, z = za / az$ , и  $p =$

р 3 /ар хранятся в массиве E (6, 4). После оценки показателя преломления значение дисперсионной функции D(w, ) вычисляется, как описано в уравнении (II-20). Соответствующие формулы для производных Dare:

$$\Omega_1 \frac{\partial D}{\partial \omega} = \frac{\Omega_1}{\omega} \left\{ (\mu^2 - \epsilon_{22}) A_x - (2\mu^2 + \epsilon_{22,x}) A - B_x + C_x \right\} \quad (VI-1)$$

где

$$A_x = bay \frac{3A}{\omega} = (s11,x-2s11)\mu_1^2 + 2(s13,x-2s13)\mu_1\mu_3 + \\ + (\epsilon_{33,x} - 2\epsilon_{33})\mu_3^2$$

$$B_x = \omega \frac{\partial B}{\partial \omega} = 2(\mu_3 \epsilon_{23} - \mu_1 \epsilon_{12}) [\mu_3 (\epsilon_{23,x} - \epsilon_{23}) - \mu_1 (\epsilon_{12,x} - \epsilon_{12})] + \\ + \mu [ (s11,xi::11) E:33-2 (s13,x-s13) E:13+ (s33,x-s33) s11] \quad (VI-2)$$

$$C_x = \omega \frac{\partial C}{\partial \omega} = (\epsilon_{11,x} \epsilon_{33} + \epsilon_{11} \epsilon_{33,x} - 2\epsilon_{13} \epsilon_{13,x}) \epsilon_{22} + \\ + (\epsilon_{11} \epsilon_{33} - \epsilon_{13}^2) \epsilon_{22,x} + \epsilon_{23} (\epsilon_{11,x} \epsilon_{23} + 2\epsilon_{11} \epsilon_{23,x} + \epsilon_{12} \epsilon_{13,x} + \\ + 2\epsilon_{12,x} \epsilon_{13}) + \epsilon_{12} (\epsilon_{33,x} \epsilon_{12} + 2\epsilon_{33} \epsilon_{12,x} + \epsilon_{23} \epsilon_{13,x} + \\ + 2\epsilon_{23,x} \epsilon_{13})$$

$$\Delta = \frac{\Gamma_1, \{ \Gamma_2}{z_k II VI} \left[ (\mu - s) A + (2\mu^2 - s) A_{2222}^2, C \right] A - B - C + C_z \right\} \quad (VI-3)$$

где

$$\text{И}_{\text{от}} = \kappa_{\text{H}} \text{ и} ; \quad aA = \mu_1^2 \epsilon_{11,z} + 2\mu_1 \mu_3 (\epsilon_{13,z} + \epsilon_{13}) + \mu_3^2 (\epsilon_{33,z} + 2\epsilon_{33})$$

$$Bz = B : II = \dots - 2(\mu_3 e_{23} - \mu_1 \text{ и } 12) [\mu_3 (E_{23}, \text{ из } e_{23}) - \mu_1 E_{12}] + \\ + 2\mu_3^2 (e_{11} E_{33} - e_{13}) + \mu (e_{11, c} E_{33} + e_{11} E_{33, c} - 2E_{13} E_{13, z})$$

$$C_z = k_{||} \frac{\partial C}{\partial k_{||}} = (\epsilon_{11,z} \epsilon_{33} + \epsilon_{11} \epsilon_{33,z} - 2\epsilon_{13} \epsilon_{13,z}) \epsilon_{22} + \\ + (\epsilon_{11} \epsilon_{33} - \epsilon_{13}^2) \epsilon_{22,z} + \epsilon_{23} (\epsilon_{11,z} \epsilon_{23} + 2\epsilon_{11} \epsilon_{23,z} + \\ + \epsilon_{12} \epsilon_{13,z} + 2\epsilon_{12,z} \epsilon_{13}) + \epsilon_{12} (\epsilon_{33,z} \epsilon_{12} + 2\epsilon_{33} \epsilon_{12,z} + \\ + \epsilon_{23} \epsilon_{13,z} + 2\epsilon_{23,z} \epsilon_{13}) \quad (VI-4)$$

и

$$D_P = \frac{\Omega_1}{V_1} \frac{\partial D}{\partial k_{\perp}} = \frac{\Omega_1}{k_{\perp} V_1} \left\{ (\mu^2 - \epsilon_{22}) A_P + (2\mu_1^2 - \epsilon_{22,p}) A - B_P + C_P \right\} \quad (VI-5)$$

где

$$a = \kappa_{\text{л}} : II = \mu \diamond (\text{И } 11, \Pi +^2 \text{И } 11) + \text{2} \text{ это } 1 \mu_3 (c_{13}, \Pi + \text{И } 13) + \text{мк; изз, } \Pi$$

$$3B \text{ БП} = \kappa_{\text{л}} \underline{\underline{3k_{\perp}}}^2 (\text{мк3 Э:23- мк1 и } 12) [\mu_3 E_{23,p} - \mu_1 (E_{12,P} + c_{12})] + \\ + 2jj_1^2 (\text{Э:11) изз- и } \underline{\underline{13}}^2 + )Дж (\text{2} \text{ и: } 11, P E_{33} + E_{11} E_{33, P} - 2E_{13} E_{13, P})$$

$$C_P = \frac{\kappa_{\text{и}}}{\text{л} \underline{\underline{3k_{\perp}}} \text{ Э:11, f} \text{ Э33}} + \text{Э: } 11 \text{ Э:33, } \Pi )^{-2} \text{ и } 13 \text{ Э: } 13, \text{ ЭП:22} + \\ + (\text{Э: } 11 \text{ E}_{33} - E_{13, P})^2 \text{ и } 22, \Pi + \text{Э: } 23 [ \text{ и } 11, \text{ ЧП:23} + 2\text{Э } 11 \text{ И23, } \Pi + \\ + \epsilon_{12} \epsilon_{13, P} + 2\epsilon_{12, P} \epsilon_{13}] + \epsilon_{12} [\epsilon_{33, P} \epsilon_{12} + 2\epsilon_{33} \epsilon_{12, P} + \\ + \epsilon_{23} \epsilon_{13, P} + 2\epsilon_{23, P} \epsilon_{13}] \quad (VI-6)$$

Для вычисления электрической и магнитной составляющей поля 1 и решения волновых уравнений мы произвольно задаем  
 $E_1 =$   
 $\underline{D}(w, k) \cdot \underline{E} = 0$

для остальных компонентов поля. Решение есть

$$\left\{ \begin{array}{l} E_2 = \frac{(\mu_3^2 - \epsilon_{xx}) \epsilon_{xy} - (\mu_1 \mu_3 + \epsilon_{xz}) \epsilon_{xy}}{\epsilon_{xy} \epsilon_{yz} + (\mu_1 \mu_3 + \epsilon_{xz}) (\mu^2 - \epsilon_{yy})} \\ E_3 = - \frac{(\mu_3^2 - \epsilon_{xx}) \epsilon_{yz} - (\mu_1 \mu_3 + \epsilon_{xz}) \epsilon_{xy}}{(\mu_1^2 - \epsilon_{zz}) \epsilon_{xy} - (\mu_1 \mu_3 + \epsilon_{xz}) \epsilon_{yz}} \end{array} \right. \quad (VI-7)$$

В особых случаях, таких как  $k_{11} = 0$  или  $k_{11} = 0$  есть волны с  
 $E_1 = 0$  и указанное выше решение не будет действительным. Для

При параллельном распространении мы имеем либо электростатическую волну с  $E_1 = E_2 = 0$ ,  $E_3 = 0$  или циркулярно поляризованные волны с

$E_2 = \pm iE_1$ ,  $E_3 = 0$ . Волны, распространяющиеся перпендикулярно

магнитное поле является либо обычным с  $E_1 = E_2 = 0$ ,  $E_3 = 0$  или необычным с  $E_3 = 0$ ,  $E_2 = -E_1$ :  $E_1 = 12E_1$ . Во всех случаях амплитуда электрического поля нормируется так, что  $E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 = 1$ ,

а магнитное поле рассчитывается из

$\underline{B} = (\underline{k} \times \underline{E}) / \omega$ .

Закон Фарадея

$$\underline{B} = (\underline{k} \times \underline{E}) / \omega.$$

C ВРЕМЯ= 82/04/29 - 10.31.47

ПОДПРОГРАММА DIFFU<KOL,JMA,IERR>  
 ARGUMENTS: KOL  
 JMA  
 ИЕРР  
 =2 D И ЕГО X-ПРОИЗВОДНАЯ ВЫЧИСЛЕНА =4 ВСЕ  
 ПРОИЗВОДНЫЕ И ВОЛНОВЫЕ ПОЛЯ =1 - 6, КОЛИЧЕСТВО  
 КОМПОНЕНТОВ.  
 ФЛАГ ОШИБКИ.

КОМПЛЕКС Х,ХХ,Е(6,4),XSI(6,4>,XP,DF,U1,U2,U3,U12,U13,U32,  
 2 A, B, C, DA, DB, DC, D, DX, DZ, DP, ЭФЛ(3), БФЛ(3),  
 ОБЩИЙ /XPZ/ XX(6),PP(6),ZZ(6),AA(6,2),DD(6),ASS(6),VD(6),  
 С DN(6),TA(6),XP(6),CV  
 ОБЩИЙ /COUT/X,P,Z,EFL,BFL,D,DX,DZ,DP,E

\*\*\*\*\* ФОРМА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА\*\*\*\*\*

ДО 1 K=1,4  
 ДО 1 I=1, 6 1  
 $E<I,K>=(O.,O., E(i,1)=1.$

$E<4,1>=1.$   
 $EC6,1>:=1.$

ДО 5 ,J= 1 , ,JMr;1 ) =E  
 $E < 1 , ( 1 ) -X F' < ,J > E(4, 1 )=E(4,$   
 $1 )-XP(J)$   
 $E ( 6, 1 ) =EU:,, 1 ) - XP ( ,_I )$   
 $EСЛИ<AA(J,1).NE.AA(J,2)) ПЕРЕЙТИ К 2 AA< ,J, 2 ) =O.$

DD< ,J> = 1 2 .  
 IB=|  
 $DF=XP(J)/(AA(J,1)*(AA(J,1)-AA(J,2)))$   
 $Q=AACJ,1>-DD(J)*AA(J,2)$

3 ВЫЗОВ CHI(XSI,J,IB,COL,IERR> IFCIERR.NE.OI  
 ВОЗВРАТ K 4 <=1, COL K 4 I=I, I:.., 4  
 $E<I,K>=ECI,K$   
 $+DF*Q*XSI(I,K)$

ЕСЛИ<IB.EQ.2) ПЕРЕЙТИ К 5  
 $Q=<DD(J)-1.)*AA(J,1)$   
 IFCQ.EQ.0,) ПЕРЕЙТИ К 5 IB=2

ПЕРЕЙТИ К  
 3 5 ПРОДОЛЖИТЬ

\*\*\* ВЫЧИСЛЕННЫЙ ТЕНЗОР ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ\*\*\*

\*\*\*\*\* ФОРМИРУЙТЕ ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ, CV=СКОРОСТЬ СВЕТА/ТЕПЛОВАЯ СКОРОСТЬ. \*\*\*  
 $Ui=PP(I)*CV/XX<|>$  U3=ZZ(1)\*CV/  
 XXXC1)  
 $U12=U1**2$   
 $U:::2=U:::**2$  U:2=U  
 $12+1J:::2$  U 13=2. \*Y  
 $1 *Y;;$

\*\*\*\*\* ФОРМА ДИСПЕРСИОННОЙ ФУНКЦИИ\*\*\*\*\*

A=U12\*E(1,1)+U13\*E(3,1)4U32\*E<6,1)  
 $B=U2*<E<1,1)*EC6,1)-E(3,1)**2)+(U3*E(5,1)+U1*E(2,1)>**2$   
 $C=<E<1,1)*E(6,1)-E(3,1>**2>*E(4,t)+E(6,1)*EC2,1)**2$   
 $C=C+(E ( 1 , 1 ) *Э ( 5, 1 ) +2. *Э ( 2, 1 ) *Э ( :::, 1 )) *И ( 5, 1 )$

D=(U2-E(4,1))\*A-B+r ЕСЛИ (COL..  
 LE. 1 ) F:ETIIRt,1

- 39 -

\*\*\*\*\* ПОЛНАЯ Х-ПРОИЗВОДНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА\*\*\*\*\*

 $E<1,2)=E<1,2)-2.*CE(1,1)-1. > E(2,2)=E(2,2)-2.*$  $E(2,1)$  $E(3,2)=E(3,2)-2.* E(3,1)$  $E(4,2)=E(4,2)-2.*<E<4,1)-1.)$  $EC5,2)=E(5,2)-2.* E<5,1>$  $E(6,2)=E<6,?-2.*(E(6,1)-1.)$ 

\*\*\*\*\* Х-ПРОИЗВОДНАЯ ДИСПЕРСИОННОЙ ФУНКЦИИ\*\*\*\*\*

 $DA=(E(1,2)-2.*E<1,1>)*U12+U13*(E(3,2)-2.*E<3,1>)+ .2) --2. *E ( 6, 1 > ) *U32$  $+-( E < 6 , DB=2.* (U3*E(5,1)-$  $U1*E(2,1))* (U3*(E(5,2)-E(5,1))-U1*<E<2,2I-E(2,11 +)))+U2*(CE-2,2.*(1,2>1)-*EC 1))*E<3,1>+ + < E ( 6, 2 ) -E ( I:::, I )) *E < 1 DC= ( E ( 1 DC=DC4(E(1,1)*E(6,1)-E(3,1)>**2)*EC4,2)$  $, 1 ))$  $, 2) *E ( 6, 1 ) +E < 1 1 ) *E ( 6, 2 ) -2. *E ( 3, 1 ) *E ( 3, 2 ) *E ( 4, 1 )$  $DC=DC+E(5,1)* (E(1,2)*E<5,1)+2.*E<1,1>*E(5,2)+ 2) +:2. *E ( 2, 2 ) *E ( :3,$  $\cdot E ( 2, 1 ) \cdot лл: E < ;, 1 ) )$  $DC=DC+-E(2,1) <E(6,2)*E(2,1)+2.*EC6,1)*E<2,2)+$  $+E(5,1л*E(3,2)+2.*E(5,2)*E(3,1))$  $DX=((U2-E(4,1))*DA-(2.*U2+E(4,2))*A-DB DC)/XX<1>$ 

ЕСЛИ&lt;КОЛ.ЛЕ.2&gt; ВОЗВРАТ DZ:::(I., 0. 1

ЕСЛИ (ZZ(1)•

УРАВНЕНИЕ 0. И ПЕРЕЙТИ К 6

\*\*\*\*\* Z-ПРОИЗВОДНАЯ ДИСПЕРСИОННОЙ ФУНКЦИИ\*\*\*\*\*

 $DA=U12*E(1,3)+U13*<E<3,3>+E(3,1))+U32*(E(6,3)+2.*E<6,1))$  $DB=2.* (U3*E<5,1>-U1*E(3,1))*(U3*(E(5,3)+E(5,1))-U1*<E<2,1))+ t-2.*U32*(E11,11*Et6,1)-E(3,1)>**2)+ +U2*( E ( 1$  $, :: )-*E ( 6, 1 ) +E ( 1 , 1 ) *E ( 6, 3 ) --2. *E < ::, 1 ) 1 }E ( 3, 3 ) )$  $DC=CE1,3)*EC6,1)+E(1,1)*E(6,3)-2.*E(3,1)*E(3,3))*E(4,1>$  $DC=DC:+ ( E ( 1, 1 ) *E ( 6, 1 ) -E < ::, 1 ) **2) *E ( 4, 3 )$  $DC=DC+E(5,1)*CE<1,3)*E(5,1)+2.*E(1,1)*E<5,3)+$  $+EC2,1)*E(3,3)+2.*E(2,3)*E(3,1))$  $DC=DC+E(2,1)*(E(6,3)*E(2,1)+2.*E16,1)*E<2,3)+$  $+E(5,1)*E(3,3)+2.*E(5,3)*E(3,1))$  $DZ=< (U2-E(4,1))*DA+(2.*U32-E(4,3l)*A-DB+DC)/ZZ(1)$ 

6 ЕСЛИ(KOL.LE.3&gt; ВОЗВРАЩАЕМ \*\*\*\*\* Р.

ПРОИЗВОДНУЮ ДИСПЕРСИОННОЙ ФУНКЦИИ\*\*\*\*\* [Ip:::( 0.

 $, 0. )$ 

ЕСЛИ&lt;PP&lt;t&gt;.EQ.O.) ПЕРЕЙТИ К 7

 $DA=U12*<E<1,4)+2.*EC1,1))+U13*(E(3,4)+E(3,1))+U32*E<6,4)$  $DB=2.* (U3*E(5,1)-U1*E(2,1))*(U3*(E(5,4)-U1*<EC2,4>+E(2,1)))+ +2.*U12*(E(1,1)*E(6,1)-E(3,1)>**2)+$  $+U2*( E ( 1 , 4 >*EC:-, 1 ) +E ( 1 1 ),*EC:, 4 ) -2. *E ( ::, :: 1 ) *E < 3, 4 ) )$  $DC= ( E ( л , л\.\. ) *E ( 6, 1 ) +E ( 1 1 , ) *E ( 6 * 4 ) --2. *E ( ::, 1 ) *E < ::, 4 ) ) *E < 4, 1 )$  $[!C=DC+ ( E ( 1, 1 ) II-E ( 6 1 ),,E ( 3, 1 ) .**2) *E ( 4, 4 )$  $DC=DC+E(5,1)*(E(I,4)*E(5,1)+2.*EC1,1)*E(5,4)+$  $E(2,1)*E<3,4)+2.*E(2,4)*E(3,1))$  $DC=DC+E(2,1)*(E(6,4)*E12,1)+2.*E(6,1)*E(2,4)+$  $+E(5,1)*EC3,4)+2.*EC5,4)*E(3,1))$  $DP=< 1. u::--E < .q, 1 > *****,*DA+ c 2. *U12-E < 4. L1 > > *?'1..DB+1:.ic >;pp< 1 >$   
ВЫЧИСЛИТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ\*\*\*\*\*

7 У 13::::У 1. :: /2"

ЕСЛИ(U13.EQ.O.) ПЕРЕЙТИ К 8 1 ))

 $A.:=( 1.!"32 ..E ( 1 B , *E ( 5, 1 ) -( U 13+E( 3, 1 ))-,E ( 2, 1 )$  $--0 ? I << U 1 i::: + E ::, j>)* (U 2-E ( 4,:::A/(( U , 1 ))+ И ( 5 , 1 ) * E ( 2 , л ))$  $1 ""::+F ( :: P1:::1. , 1 | >II-E ( ,:, 1 ) --( U 1 :2'.-E ( I:, J ) i r,E ( , 1 ))$ 

GOTO 10

8 IFCCABS<U2-E(6,1)).LT.1.E-3) ПЕРЕЙТИ К 9  
A=1.  
B= < O. 1. >  
C=CABS<E<1,1)-U32+B\*E<2,1))  
ЕСЛИ<CABS(E(1,1)-U32-B\*E(2,1)).LT.C) B=<0.,-1.)  
ЕСЛИ(U3.EQ.O.> B=-E(1,1)/E(2,1)  
C=O.  
ПЕРЕЙТИ К  
,10 A=O.  
B=O.  
C=л.  
10 Q=A+B\*CONJG(B)+C\*CONJG(C)  
Q=::::C!RT CO )  
ЭФЛ(1)=Кондиционер!  
ЭФЛ<2>=Б/С!  
ЭФЛ<:::)=C/Q  
V=1 . /299 . 7925  
ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ СОСТАВЛЯЕТ 1 МВ/М. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ БУДЕТ В ГАММЕ.  
БФЛ(1)=-V\*U3\*ЭФЛ(2)  
БФЛ<2>=V\*<U3\*EFL(1)-U1\*EFL(3))  
БФЛ(3)=V\*U1\*EFL(2)  
КОНЕЦ

## VII. Основная программа и ввод/вывод

## ПРОГРАММА WHAMP

Основная программа, описанная здесь, в основном предназначена для использования в общих обзорах дисперсионного соотношения для различных -векторов и параметров плазмы. Описание довольно краткое, опускает множество технических деталей и скорее подчеркивает моменты, которые существенны для любой программы, вызывающей SUBROUTINE DIFU. В частности, оно должно быть полезным в качестве примера или отправной точки при написании специализированных программ для конкретных приложений.

Взаимодействие между программой и пользователем осуществляется через процедуры ввода/вывода, описанные в следующем параграфе. В процедуре ввода TYPIN могут быть изменены параметры плазмы. Начальное значение XOI для частоты должно быть указано там, а также волна

$\log(kL V/Q_1)$  : S PM( 2) и т.д. Размер сеток тогда будет изменяться логарифмически.

В первом разделе кода есть ряд переменных учитывая их правильно нормализованные значения и плазменные параметры метры печатаются. Номер последнего компонента с ненулевой плотностью сохраняется в переменной JMA, которая появляется как аргумент в вызове DIFU. Большая часть коммуникации между основной программой и ПОДПРОГРАММОЙ DIFU происходит через общие области /XPZ/ и /COUT/. Переменные в /XPZ/:

XX(Дж)	= w /rt J, FLEX).	нормированная частота компонента J ( СОМ-
ПП(J)	= k $\frac{V}{J}$ , нормализованное перпендикулярное волновое число.	
zz (J)	= k11 V j nJ, нормализованное параллельное волновое число.	
A(Дж)	= a1J (см. уравнение II-8). a2J	
Б(Дж)	= (см. уравнение I I-8). (см.	
Д(Дж)	= $\frac{J}{m}$ уравнение II-8).	
ACC(Дж)	= частица $\frac{J}{m}$ масса в единицах массы протона.	
	Масса электрона принимается равной нулю.	
ВД(Дж)	= VdJ, нормализованная скорость дрейфа (см. уравнение II-8).	
ДН(Дж)	= плотность числа частиц/м $^3$ = температура в .	
ТА(Дж)	кэВ. = w Дж/w2 (см. уравнение	
ХР(Дж)	II-6) (КОМПЛЕКС). = c/V1, скорость света/тепловая	
резоме	скорость первого компонента	
	нет.	

Этим переменным должны быть присвоены их правильные значения для JMA до вызова  
дж. SUBROUTINE DIFU. Остальные переменные не используются DIFU, но они  
необходимы для связи с TYPIN. XC — это электронная гирочастота в кГц, а PM, ZM, XOI и PZL  
обсуждались выше.

Результаты из SUBROUTINE DIFU возвращаются через общую область /COUT/, которая также  
используется для передачи данных.

результаты в выходной процедуре OUTPT. Переменные в /COUT/

являются:

X	= w/0.1 (КОМПЛЕКС)	
П	= k $\frac{B}{J}$ /0.1	
С	= k11 V1/D1	
—	= Компоненты электрического поля (Уравнение VI-7). 1 мВ/м.	ИЭФЛИ =
	Циркулярно поляризованная часть поля вращается в правом направлении, если Im EFL(2) > 0 (СЛОЖНЫЙ).	
БФЛ	= Компоненты магнитного поля .in y (КОМПЛЕКС)	
ТЫ	= Значение дисперсионной функции D(wu ПЛЕКС) .	лс (С- .
десять	= n1 в/ЗЖ (СЛОЖНЫЙ)	
оно говорит	= $D_1 \sqrt{B} \alpha D / \alpha \text{клл}$ (СЛОЖНЫЙ)	

окунать =  $a_{,;v} aD/aki = (6,$  (СЛОЖНЫЙ)  
 EPS 4)-массив, содержащий производные  $x a, /$  (B, ) и его  
 $a x,$  за / аз, и пас:: / ап  
 (СЛОЖНЫЙ)

VG(I), I=1: Перпендикулярная группа veclociy/V1-

I=2: Параллельная групповая скорость/V1.

SG(I) =  $Im x/VG(I)$ . Может использоваться для оценки пространственного  
 темпы роста.

РИ =  $kc/ui$ , показатель преломления (КОМПЛЕКСНЫЙ).

Когда DIFU вызывается с первым аргументом, равным двум,  
 возвращаются значения DIR и DIX. Используя метод итерации Ньютона, <sup>а</sup> с  
 коррекция.

$ex = \text{ДИР/ТЕНДЕНЦИЯ}$

(VII-1)

вычисляется, и улучшенное приближение к решению дисперсионного  
 соотношения получается путем замены X на x-сx. Этот процесс повторяется до тех  
 пор, пока  $\|ex\| 10^{-6}\|x\|$ .

Устанавливая первый аргумент равным четырем, мы делаем еще один вызов  
 SUBROUTINE DIFU, которая возвращает значения DIR, DIX,  
 DIZ и DIP, а также EFL и BFL. Вносится последняя коррекция частоты, и вычисляются  
 значения VG, SG и RI. Результаты печатаются в SUBROUTINE OUTPT.

Когда решение дисперсионного соотношения находится при одном значении  $!s$ ,  
 волновой вектор увеличивается на  $/':::$  как предписано параметром KFS в TYPIN.  
 Если KFS = 1, PM(3) добавляется к P, в то время как ZM(3) добавляется к Z, если KFS  
 = 2. Новый

Начальное приближение для частоты рассчитывается как  $w -$   
 $f:::5*clw/at$ , и итерация начинается снова. Это повторяется до тех пор, пока  
 дисперсионное соотношение не будет решено во всех точках, указанных PM и  
 ZM. Затем управление возвращается к  
 пользователь вызывает SUBROUTINE TYPIN.

ВРЕМЯ= 82/06/14 - 14.30.49

ПРОГРАММА WН{,MP  
 КОМПЛЕКС X,XO,XVO,XX(6),XP(6),DX,OME,FPX,DIR,DIX,DIZ,DIP, \*  
 EPS(6,4),DOX,DOZ,DOP,CX,EFL(3),BFL(3),RI  
 РАЗМЕРЫ ДОЖДЬ(6),T(6),CT(6),ИСП(6),ТИД(7)  
 ПЕРСОНАЖ SPE\*3 (5)  
 ОБЩИЙ /XPZ/ XX,PP(6),ZZC6),A(6),B(6),D(6),ASS(6),VD(6),  
 ДНКА>,TA(6),XP,CV,PM(3),ZM(3),ХОI,ХС,PZL  
 ОБЩИЙ !COUT/ X,P,Z,EFL,BFL,DIR,DIX,DIZ,DIP,EPS,VG(2),SG(2),RI ДАННЫЕ DN/6.0E6,0.0E6,0.E6,0.,0./,  
 # TA/. 00 1 • 001 /10,000! 1(6), #•00,11; 0,01.,;F,1#/, 1,0, 1,0, ,  
 B/0 .. 10,0,10,0,10,0,10,0,10/, / 0. т.!: P.;7;;7;; 0. 0.

# ВД/ О. , , (я. , , 0. , 0. /,  
 # XC /:.. 30/  
 flhTA :=::PE/ E- . , H+ ., HE+, ..o+ .., .. /

NPL=O  
 1 DEN==O.  
 ПЕД==().  
 DO 2 ,J= 1, 6  
 REN<J>=1836,1\*ASSCJ)  
 ЕСЛИ<REN(J).EQ.O.) REN(J)=l. ·r {.\_I ) =TA  
 ( ,\_I ) / TA ( 1 )  
 ISP<J>=SQRT(ASSCJ))  
 JF(ISP<J>.LT.4) ISP(J)=ISP(J)+I  
 1F(DN<J>.LE.O.) GOTO 2 , .IMfr==,,I

RE[1==PED+DN ( ,J ) /F:EN ( ,\_I )  
 ЕСЛИ(ИСП(J).УР.1) ДЕН=ДЕН+ДН(J)  
 2 ПРОДОЛЖИТЬ

РН=РЕН(i) \*\*\*\* НОРМАЛИЗОВАННЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ. \*\*\*\*  
 DO :: ,J== 1, ,JMt  
 REN(J)=REN(J)/RN T ( ,J ) =T  
 ( ,J ) \*REN ( ,J )  
 CT(J)=КОРЕНЬ<T<J>>

ДХ:::, 12405.  
 PFG!=RED/DEV  
 PX=':::CI RT ( PFO >  
 XA:::X./RN  
 1F(,:::TA ( 1 ) /RN  
 (V=TR\*(1022.+TR>I(511. + TR)\*\*2 CV= 1. /::DRT  
 (CV)  
 DH:=DEK tt-HN \*\*\*\*

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПЛАЗМЫ. \*\*\*\*

ВЫЗОВ ЧАСОВ(ITID>  
 ПЕЧАТЬ 100, ( ITID<::?-I ), !=1,6)

.100 ФОРМАТ(\* ДАТА \*,I4,\*-\* ,J2,\*-\* ,J2,\* ПЕЧАТЬ 101,PX,ХС,DEN TIME:\*,J2,\*.\* ,J2,\*.\* ,J2, / )

101 ФОРМАТ<\* ЧАСТОТА ПЛАЗМЫ:\*F8.3\*КГЦ ГИРОСКОП # FREQ. : \*F8.3\*KHZ \*

\*ПЛОТНОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ:\*E9.3\*M-3\*/)

DO 4 ,J= 1, ,JMr,

1U2 ФОРМАТ(\* \*A3\* DN=li-E9.3\* T=\*F7.4\* D=\*F4.2 ## A=\*F4.2\* B=\*F4.2\*

VD=\*F6.2/)

4 ПЕЧАТЬ 102, SPE(ISP(J)), DN(J), TA<J>, D(J>, A(J), B(J>, VD(J)

```

ЕСЛИ(NPL.EQ.1) ПЕРЕЙТИ К 6 *****
С ЗАПРОСИТЬ ВВОД! *****
ЕСЛИ(NPL.EQ.1) ПЕРЕЙТИ К 1

Я.., НПЛ=::О
КВ:::л
ПУ)=:ПМ ( 1 )
ЕСЛИ(PM(3).LT.O.) PLG=PM(2) f':::PLG ZLG=:ZM ( 1 >

ЕСЛИ(ZM(3).LT.O.)
ZLG=ZM(2) !=ZLG ЕСЛИ(PZL.NE.1.) ПЕРЕЙТИ К 7 Р=
10. 1H!
·PL.G 7=10. · *ZLG 7 X=XOI 10 OME=(X*XА)**2
FPX=PFC!/OME ДО 1
1 .J::::: 1 , JMA XX ( .J)
==X *REN (,_I)
pp ( .J) =P*! ::::T < .J)

```

```

ZZ (.J)=Z*CT(.J)
11 XP(J)=DNIJ)/DEC/RENCJ)/OME

```

```

ВЫЗОВ DIFU(2,JMA,IERR)
ЕСЛИ(IERR.NE.0) ПЕРЕЙТИ К 50 *****
( НАЧАЛО ИТЕРАЦИЙ. *****
ДО 20 1=1,20 ? ДИ
Ф:=КАБ'.;; (ТЫ)
ЕСЛИ:K=O
CX=DIR/DIX 15
X==:<-1;X
OME.=(X*XА)**2
FPX=PFG!/OME DO
16 .J=1, ,JMA XP(J)=DN(J)/
DEK/RENCJ)/OME 16 XX*X=X=1

```

```

ЕСЛИ(CABS(CX).LE.1.E-6*CABS(X)) ПЕРЕЙТИ К 30 ВЫЗОВ DIFUC2,JMA,IERR>
ЕСЛИ<IERR.NE.0) ПЕРЕЙТИ К 50
IFCCABS(DIR).LT.ADIR) ПЕРЕЙТИ К 20 X=X+CX
CX=CX/2.

```

```

IRK=IRV+I
ЕСЛИ(IRK.GT.20) ПЕРЕЙТИ К 25 ПЕРЕЙТИ К
15 20
ПРОДОЛЖИТЬ

```

```

25 ПЕЧАТЬ 105,P,Z,X,I,IRK 105 ФОРМАТ<2X,*НЕТ
СХОДИМОСТИ!/* KP=*,F6.3,* KZ=*, + F6.4,* X=*,E12.2,E12.2/* I=*,13,* IRK=*,13/

```

```
C:iCtTC1 5 5
```

```
**** КОНВЕРГЕНЦИЯ! ****
```

```
30 ВЫЗОВ РАЗЛИЧНОГО<4,JMA,IERR>
ЕСЛИ<IERR.NE.0) GOFO 50 X=X-----DI -;:;
IJX
```

```

XI =:P1JMt1Ci (X)
Yl'i i l"0..D IF'/U1X I); ( 2 l:::
Tt I I I [IJ X
PJ ccc: ;ifn ( F' 1rn:2 +-Z-¾.*2) *CV/ X

```

ЕСЛИ(VG<1>.NE.O.) SG<|=XI/VG(1)  
 TF(VG(2).NE.O.) SG(2)=XI/VG(2)  
 \*\*\*\* РАСПЕЧАТАЙТЕ РЕЗУЛЬТАТЫ.

:::4 ВЫЗОВ OUTPT  
 PO=P

zo==z :<O==X ЕСЛИ(KV.EQ.0) ПЕРЕЙТИ К 35  
 XVO=X  
 Z\JO=Z  
 ZL.O=ZLO  
 1-• JU=P  
 f'LO=PLG  
 ncη<=Drx  
 DOZ=DIZ  
 fIOP:::IIIP  
 KV=O  
 J5 0010(36,38) КФС ::6  
 ПЛГ=ПЛГ+ПМ <3>  
 (. \*\*\*\* ОБНОВЛЕНИЕ Р И З.  
 ЕСЛИ(PLG.GE.PM<1>.AND.PLG.LE.PM(2)) ПЕРЕЙТИ К 39 ZLG=ZLG+ ZM ( :3 >

ЕСЛИ<ZLG.LT.ZM(1).OR.ZLG.GT.ZM(2)) ПЕРЕЙТИ К 5 <V==I PLG=PLO P=PVO 37

Z=ZLG+PZL\*(IO.\*\*ZLG-ZLG)  
 ПЕРЕЙТИ К 40

38 ЗЛГ=ЗЛГ+ЗМ(3)  
 ЕСЛИ(ZLG.GE.ZM<1>.AND.ZLG.LE.ZM<2)) ПЕРЕЙТИ К 37 PU3=PLG+PM <::>

ЕСЛИ<PL.G.LT.PM(1).OR.PLG.GT.PM<2)) ПЕРЕЙТИ К 5 :V=I ZLG==ZLO Z=ZVCt 39

P=PLG+PZL.\*(10.\*\*PLG-PLG> \*\*\*\* НОВАЯ ЧАСТОТА  
 НАЧАЛА. \*\*\*\*  
 40 ЕСЛИ(KB.YR.0) ПЕРЕЙТИ К 41 ДВР=П--ПВО  
 Д1<Z=3-3ВО

DX=(ДКП\*ДОП+ДКЗ\*ДОЗ)/ДОКС X=XVO-DX  
 ПЕРЕЙТИ К 10  
 41 Д1<П=П--ПО  
 Д :: Z=Z= Д.Д-З'. ХО О-  
 DX ООТО 10

50 ПЕЧАТЬ\*, по СИЛЬНО ЗАМОРОЖЕН!  
 ПЕЧАТЬ\*,..  
 IERR=-0 55  
 ЕСЛИ(KFS.EQ.1) PLG=1.E99 ЕСЛИ(KFS.EQ.2) ZLG=1.E99  
 ПЕРЕЙТИ К :3: i r .o ПРОДОЛЖИТЬ КОНЕЦ

ВХОД/ВЫХОД

Идея, лежащая в основе процедур ввода/вывода, заключается в том, чтобы обеспечить максимальную гибкость при минимальном наборе текста. Эта версия кода написана для компьютера NORD, и поскольку некоторые детали зависят от машины, могут потребоваться изменения, если программа переносится на другой компьютер. Однако описанная здесь схема ввода/вывода была признана очень полезной, и реализация подобных процедур

можно рекомендовать.

При вызове подпрограммы TYPIN пользователю предлагается ввести данные в программу с помощью подсказки "INPUT:". Ответив "H" (HELP!), он выведет на экран следующую распечатку:

СТРОКА ВВОДА МОЖЕТ СОСТОЯТЬ ДО 80 СИМВОЛОВ.

ФОРМАТ І:

NAME1=V11,V12,V13, ... NAME2=V21,V22, ...

## НАЗВАНИЕ ИМЕНА ВЫБРАНЫ ИЗ СПИСКА:

## ВХОД:

Переменные, не указанные во входной строке, как правило, сохраняются их старые значения. Обратите внимание, однако, что переменные P и Z (соответствуют PM и ZM в основной программе) - это некоторые чем отличается в том смысле, что указание P( 1 ) или Z( 1 ) может изменить значения P(2), P(3) или Z(2), Z(3).

Эффект спецификации типа «P = P1, P2, P3» удобно представить как «DO P = P1, P2, P3» с кон-

изобретения, которые

а) Если указан только P1, цикл выполняется один раз с

$P = P1.$

б) Если указаны P1 и P2, но не P3, то цикл

выполняется дважды с  $P = P1$  и  $P = P2.$

Такая же интерпретация дается параметру Z.

Первый раз, когда выполняется TYPIN, или если буква O появляется в строке ввода, осуществляется вызов записи точки INOUT в SUBROUTINE OUTPT. Печатая "OU'rPUT:", эта процедура просит пользователя указать формат вывода.

Ответ «H» снова поможет, сделав следующую распечатку

появляться:

ВЫХОД:H

ВЫХОД ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ СТРОКОЙ БУКВ:

- |    |  |
|----|--|
| A  | ВСЯ ДОСТУПНАЯ ПРОДУКЦИЯ.                         |
| Б  | КОМПОНЕНТЫ ВОЛНОВОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ.            |
| [Я | ДИСПЕРСИОННАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫЕ.          |
| И  | КОМПОНЕНТЫ ВОЛНОВОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ.        |
| Ф  | ЧАСТОТА!   |
| Г  | СОСТАВЛЯЮЩИЕ ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ.                 |
| п  | ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА. |
| Р  | ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ.                          |
| §  | ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ТЕМПЫ РОСТА.                    |
| Т  | ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТЕНЗОР И ЕГО ПРОИЗВОДНЫЕ.        |
| с  | Z-КОМПОНЕНТА ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА.                  |

РЕЗУЛЬТАТЫ ОБЫЧНО ПЕЧАТАЮТСЯ НА ОДНОЙ СТРОКЕ В ТОМ ПОРЯДКЕ, В КОТОРОМ ОНИ УКАЗАНЫ. НОВАЯ СТРОКА I::: ПОЛУЧАЕТСЯ С ПОМОЩЬЮ IN':::EFnINO A "/" В !:HRINCI.

ПРИМЕР: ВЫХОД: PZF/E ВОЛНОВЫЕ ЧИСЛА И ЧАСТОТА ПЕЧАТАНЫ НА ОДНОЙ СТРОКЕ.  
И КОМПОНЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СЛЕДУЮЩЕМ.

ВЫХОД:

Это должно позволить пользователю выбрать подходящий выход.  
формат.

C ВРЕМЯ= 82/06/14 - 14.30.49

ПОДПРОГРАММА ТИПИН<NPL,KFS>  
 АРГУМЕНТЫ: НПЛ  
 НОВАЯ ПЛАЗМА. ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРА ПЛАЗМЫ NPL  
 УСТАНАВЛИВАЕТСЯ В 1.  
 КФС =1 П УКАЗАНО ПОСЛЕДНИМ.  
 =2 З УКАЗАНО ПОСЛЕДНИМ.

СИМВОЛ INP\*80,IC\*1 ОБЩИЙ /XPZ/  
 МАССИВ(88)  
 ДИ МЭНЬ.: Я НА TB < 2 )  
 ДАННЫЕ I OU r /2/, KP, KZ / 1, 1 /,ARRAY< ::::8) /0. I \*\*\*\* СООТВЕТСТВИЕ  
 МЕЖДУ МАССИВОМ И ИМЕНАМИ В WHAMP: \*\*\*\*  
 МАССИВ C(IOF+ 0 12 18 24 30 36 42 48 54 60 66 78 79 82 85 86 87  
 XX PP ZZ ABD ASS VD DN TA XP CV PM ZM XOI XC PZL  
 C  
 J IV= 1000  
 ПЕЧАТЬ 2 2  
 ФОРМАТ(/\*\$INPUT: \*> F:EAD :3, I NP  
 .3 ФОРМАТ <  
 Af:::C> )  
 NC:::--=0 4  
 NC==NC+I  
 ЕСЛИ<NC.GT.80) ПЕРЕЙТИ К 6  
 IC=INP<NC:NC)  
 IFCIC.EQ. ') ПЕРЕЙТИ К 4  
 IS=ICHARCIC).AND.1778  
 C\*%4\* "!" ::;" I::; ЦЕЛОЕ ЧИСЛО, СОДЕРЖАЩЕЕ ЗНАЧЕНИЕ СИМВОЛА A:::CII IC \*1,:1.  
 ЕСЛИ<IS.LT.47B) ПЕРЕЙТИ К 4  
 ЕСЛИ<IV.GT.88) ПЕРЕЙТИ К 7  
 ЕСЛИ<IS.GE.101B.AND.IS.LE.1328) ПЕРЕЙТИ К 6 IFCIS.LE.57B) ПЕРЕЙТИ К 5  
 ЕСЛИ(IS.GE.72B.AND.IS.LE.100B) ПЕРЕЙТИ  
 К 5 ЕСЛИ(IS.GE.133B) ПЕРЕЙТИ К 5

TV<IE)=TVCIE>\*DEK+(IS-60B)\*DEC DEC=DEC\*DEI<./ 10.  
 N'v'=1  
 ПЕРЕЙТИ К 4  
 5 ЕСЛИ ( IC. NE. . , .. ) ПЕРЕЙТИ К 10 6  
 ЕСЛИ(NV.NE.1) ПЕРЕЙТИ К 7  
 ЕСЛИ(IOF.GT.6) ПЕРЕЙТИ К 25  
 ЕСЛИ<IOF.GT.3.AND.IV.GT.66) ПЕРЕЙТИ К 25  
 ЕСЛИ(IOF.GT.1.AND.IV.GT.85) ПЕРЕЙТИ К 25 ЕСЛИ(IC.EQ. E')  
 ПЕРЕЙТИ К 9  
 МАССИВ(IV+IOF)=TV(1)\*10.\*\*TV(2)  
 10F=IOF+1  
 ЕСЛИ<IV.EQ.79) KP=IOF  
 ЕСЛИ(JV.E0.82) KZ=IOF  
 7 ЕСЛИ(NC.GI.80) ПЕРЕЙТИ К 50 DEK=1  
 DEC=1.  
 TB( 1 J==O.  
 TB ( 2 ::::().  
 NV=O  
 ff:::1 IF  
 ( IC. EGI. .. IV=1000, . . ) ПЕРЕЙТИ К 4  
 IOF=I  
 IFCIC.EQ.  
 A) IV=24

- 50 -

```

ЕСЛИ<IC.EQ. B > IV=30 ЕСЛИ (IC.EQ. 'C')
IV=86 ЕСЛИ (IC.EQ. 'Tr') IV=36 ЕСЛИ< IC.EQ.
F) IV=85 IFCIC.EQ. H > ПЕРЕЙТИ К 30
ЕСЛИ (re.ECl. 'L-->) IV=87 ЕСЛИ< IC.ECl.
'M' > IV=42 ЕСЛИ (IC.EQ. ... N ...) IV=54
ЕСЛИ(IC.EQ. o ) ПЕРЕЙТИ К 8
ЕСЛИ(IC.EQ...p--) IV=79 IFCIC.EQ. S )
СТОП ЕСЛИ (IC.ECl. ... T ' ) IV=60 ЕСЛИ<
IC. EC!. 'v,) IV=48 ЕСЛИ<IC.EQ.'Z > IV=82

```

C

```

ЕСЛИ<IV.GE.1000) ПЕРЕЙТИ К 27
ЕСЛИ<IV.LT.66.OR.IV.EC!.86) NPL=I ЕСЛИ(IV.EQ.79)
KP=I ЕСЛИ<IV.EQ.79) KFS=I
ЕСЛИ<IV.EQ.82I KZ=1
ЕСЛИ<IV.EQ.82) KFS=2 G(ITCI
4

```

C

```

f: IUUT=--:O
GCJTO 4

```

C

```

9 ЕСЛИ=.2
DE t:::= HI.
DEC:=1.
нет 4

```

C

```

10 ЕСЛИ(IC.NE.'-) ПЕРЕЙТИ К 11
ЕСЛИ(TV(IEI.NE.O.) ПЕРЕЙТИ К 20 DEC=-DEC
ПЕРЕЙТИ К 4

```

C

```

11 ЕСЛИ (IC. NE . . . . . ) ПЕРЕЙТИ К 12
ЕСЛИ(ABS(DECI.NE.1.) ПОЛУЧИТЬ 20
DEC=DEI< / 1 O.
DEC=DEC/10.
t)OTO 4

```

C

```

12 ЕСЛИ(IC.NE.') ПЕРЕЙТИ К 4 ЕСЛИ(DEC.NE.1.)
ПЕРЕЙТИ К 20 ЕСЛИ(IE.NE.1.0R.TV(I).LE.O.)
ПЕРЕЙТИ К 20 IOF=TV(I)+.1 TV< 1 > =C>. tN=O ПЕРЕЙТИ К 4

```

C

```

20 ПЕЧАТЬ 21,IC 21
ФОРМАТ(* { НЕОДНОЗНАЧНОСТЬ, ВЫЗВАННАЯ СИМВОЛОМ "* ,AI,*" })
2:3 ПЕЧАТЬ 24 24
ФОРМАТ<* ОСТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ СТРОКИ ИГНОРИРУЕТСЯ. ПОЖАЛУЙСТА, ПОПРОБУЙТЕ ЕЩЕ РАЗ!*>
ПЕРЕЙТИ К 1

```

C

```

25 TB(1)=TBЦ1)*1 .**TB<2> PRINT "26, TB
( 1
26 ФОРМАТ<* ЗНАЧЕНИЕ*,E11.3,* НЕ ПОМЕСТИТСЯ В ПЕРЕМЕННОМ ПОЛЕ*>
GOTO 23

```

C

```

27 ПЕЧАТЬ*,:$ ПОМОЩЬ, ДА ИЛИ НЕТ?

```

ЧИТАЙТЕ -it; IC  
ЕСЛИ(IC.EQ./N) ПЕРЕЙТИ К 1  
30 ПЕЧАТЬ ::::1 31  
ФОРМАТ<\* СТРОКА ВВОДА МОЖЕТ СОСТОЯТЬ ДО 80 СИМВОЛОВ.\*/  
F \* ФОРМАТ:/\* ИМЯ1=V11,V12,V13, ... ИМЯ2=V21,V22, ... ИМЯ\*/  
\* ИМЕНА ВЫБРАНЫ ИЗ СПИСКА:/\*/  
ФФ \* ИМЯ \* ПАРАМЕТР\*/  
ФА(Ж) ПАРАМЕТР АЛЬФА1 В РАСПРЕДЕЛЕНИИ./\* CI) - НОМЕР КОМПОНЕНТА, I=1 -  
Ф \* ф \* 6./\*/  
Б<I> Ф \* С \* Ф ПАРАМЕТР АЛЬФА2 В РАСПРЕДЕЛЕНИИ./\*/  
DCI) ЭЛЕКТРОННАЯ ЦИКЛОТРОННАЯ ЧАСТОТА В КГЦ./\*/  
ПАРАМЕТР ДЕЛЬТА В РАСПРЕДЕЛЕНИИ/\* ЧАСТОТА, НАЧАЛЬНОЕ  
F \* FF \* L \* ЗНАЧЕНИЕ ДЛЯ ИТЕРАЦИЙ./\*/  
F \* F \* F \* L=1 ПАРАМЕТРЫ Р И Z ИНТЕРПРЕТИРУЮТСЯ/\*/  
\* F \* F КАК ЛОГАРИФМЫ ВОЛНОВЫХ ЧИСЕЛ. ЭТА/\* ОПЦИЯ ДОПУСКАЕТ  
FF \* ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ ШАГИ./\*/  
F \*\* L=0 ЗНАЧЕНИЕ ПО УМОЛЧАНИЮ. ЛИНЕЙНЫЕ ШАГИ./\* МАССА В  
FS МКИ ЕДИНИЦАХ МАССЫ ПРОТОНА./\* ПЛОТНОСТЬ ЧИСЛА В  
НЦИ ЧАСТИ./\* КУБИЧНЫЙ МЕТР/\* КОМПОНЕНТЫ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОГО  
ПЕЧАТЬ PCI ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА./\* PC1) — НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ, P(2) —\*/  
32 32 НАИБОЛЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЕ, А P(3) — ПРИРАЩЕНИЕ./\* СТОП! ЗАВЕРШАЕТ  
ПРОГРАММУ./\*/  
ФОРМАТ<  
F \* V<I> \* F \* Т(Я) ТЕМПЕРАТУРА В КЭВ/\* СКОРОСТЬ ДРЕЙФА  
Z<I> F \* \* F \* F \* /  
\* /  
ТАКИМ ОБРАЗОМ ЭКВИВАЛЕНТНО "A(I)". ЗНАЧЕНИЯ V11,V12, .. МОЖЕТ БЫТЬ \*Я  
F \* УКАЗАНО В ФОРМАТЕ I-, F-, ORE, РАЗДЕЛЕНО ЗАПЯТОЙ(.)./\*/  
F -it: ПРИМЕР 11 : =" I::; НЕОБЯЗАТЕЛЬНО, НО ДЕЛАЕТ ВВОД БОЛЕЕ ЧИТАЕМЫМ. \*/  
ВХОД:AI.,2. B(3).5,P=-1.,2,1.E-2\*/ F  
F \* ЭТО УСТАНАВЛИВАЕТ A(1)=1., A(2)=2., B(3)=.5, P<I>=.1, PC2)=.2,/\*/  
F \* И P(3)=.01. ЕСЛИ ПРИРАЩЕНИЕ PC3)/Z(3) ОТРИЦАТЕЛЬНО, ТО P/Z/\*/  
\* / СНАЧАЛА БУДЕТ УСТАНОВЛЕНА НА P<2)/Z(2), А ЗАТЕМ ПОНИЖЕНА ДО\*  
FP(U/Z(I))/ F ПОСЛЕДНЕЕ  
\* /  
УКАЗАННОЕ ИЗ Р И З БУДЕТ ИЗМЕНЯТЬСЯ ПЕРВЫМ./\*/  
FF \* ЕСЛИ ВКЛЮЧЕНА БУКВА "0" (БЕЗ ЗНАЧЕНИЯ), ВЫ БУДЕТЕ .li-/  
F \* ПОПРОСИТЕ УКАЗАТЬ НОВЫЙ ФОРМАТ ВЫХОДНЫХ ДАННЫХ./\*/  
ПЕРЕЙТИ 1  
50 ЕСЛИ(МАССИВ(86).GT.0. > ПЕРЕЙТИ 51 ПЕЧАТЬ\*,/\$  
НАЧАЛЬНАЯ ЧАСТОТА/  
READ\*, ARRAY (86)  
51 GOTO(52,53,54,55) КР 52 ПЕЧАТЬ\*, \$  
PERP. ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР НЕ ОПРЕДЕЛЕН!  
Гено 1 53  
МАССИВС81)=МАССИВ(80)  
54 МАССИВ<82)=МАССИВ(81)-МАССИВС80)  
55 ЕСЛИ<МАССИВ(82).УР.О.) МАССИВ(82)=10.  
ГОТО (56,57,58,59) К3  
56 ПЕЧАТЬ\*,'\$ ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР НЕ ОПРЕДЕЛЕН!/  
Гено 1 57  
МАССИВ(84)=МАССИВ(83}  
58 МАССИВ(85)=МАССИВ<84)-МАССИВ(83)  
59 ЕСЛИ(APRAB(85).УР.О.> МАССИВ(85)=10.  
ЕСЛИ<IOUT.NE.1> ВЫЗОВ ВХОД IOUT=1  
F:ETURIN  
КОНЕЦ

C ВРЕМЯ= 82/06/14 - 14.30.49

ПОДПРОГРАММА ВЫХОДНОЙ  
 СИМВОЛ 101..1\*20 КОМПЛЕКСНЫЙ  
 X,EFL<3I,BFL(3),D1(4),EPS(6,4),RI ОБЩИЙ /COUT/ X,P,Z,EFL,BFL,DI,EPS,VG<2J,SG(2),RI

C  
 K=O 1  
 K=K+1  
 ЕСЛИ(K.GT.KMX) ПЕЧАТЬ 6 ЕСЛИ<K.GT.KMX>  
 ВЕРНУТЬ IC=ICHAR(IOUS(K:K)).AND.177B  
 ЕСЛИ<IC.EQ.57B) ПЕРЕЙТИ К 5 ЕСЛИ<IC.LT.100B) ПЕРЕЙТИ  
 К 1

IC=IC-100B  
 JF(IC.GT.32B) ПЕРЕЙТИ К 1  
 IB=IC: /9  
 ID=IC--IB\*9+1 GOTO  
 (2,3,4 ) IB+I GOTO<I,10,18,

1,24,16,10,20, @ABCDEG F3 GOTO ( :I. 12, IJKLMNPOR 1) ИД Н

, 1, 1, 1, 1, 1, 1, > ИД  
 ГДЖ.

4 GOT0(26,22,2:::, 1, 1, 1, 1, 1, 14) ID R ; T LI VWX yz !, ПЕЧАТЬ 6 ФОРМАТ<\*>  
 \*) 6 (30TO 1

C  
 1 ПЕЧАТЬ 11,X  
 (л 1 1 ФОРМАТ(\*\$ ЧАСТОТА=\* ,F7.4,E10.2,\* \*> ЕСЛИ(IC.GT.1)> ПЕРЕЙТИ К 1  
 12 ПЕЧАТЬ 1:::, F'  
 1 FОРМАТ(\*\$ P=\*,F8.4,\* \*> ЕСЛИ<IC.GT. 1) ПЕРЕЙТИ  
 К 1 ПЕЧАТЬ 15, Z  
 14  
 1 FОРМАТ(\*\$ Z=\*,F8.5,\* \*> IF<IC.GT.1) ПЕРЕЙТИ  
 К 1 ПЕЧАТЬ 6 ПЕЧАТЬ 17,EFL.  
 11.:  
 17 ФОРМАТ(\*\$ EX=\*,F7.4,F8.4,\* EY=\*,F7.4,F8.4,\* EZ=\*,F7.4,F8.4,\* \*> ЕСЛИ<IC.GT.1> ПЕРЕЙТИ К 1 ПЕЧАТЬ 6 1::: ПЕЧАТЬ 19,BFL 19  
 ФОРМАТ(\*\$ BX=\*,F7.4,F8.4,\*  
 BY=\*,F7.4,F8.4,\*  
 BZ=\*,F7.4,F8.4,\* \*)  
 ЕСЛИ<IC.GT.1) ПЕРЕЙТИ К 1 ПЕЧАТЬ  
 6 20 ПЕЧАТЬ  
 21,VG 21 ФОРМАТ(\*\$  
 VGP=\*,E9.2,\* VGZ=\*,E9.2,\* \*> ЕСЛИ(IC.GT.1) ПЕРЕЙТИ К 1 22 ПЕЧАТЬ I NT 2:::, :::a3 23  
 ФОРМАТ(\*\$ SGP=\*,E9.2,\*  
 SGZ=\*,E9.2,\* \*> IFCIC.GT.1)  
 ПЕРЕЙТИ К 1 ПЕЧАТЬ 6 24 ПЕЧАТЬ 25,DI 25 ФОРМАТ(\*\$ D=\*,2E10.2,\* DX=\*,2E10.2,\*  
 DZ=\*,2E10.2, DP=\*,2E10.2, /)

F \*  
 ЕСЛИ(IC.GT.1)> ПЕРЕЙТИ К 1 26 ПЕЧАТЬ  
 27,F<I 7 ФОРМАТ(\*\$ F:I=\*,2E10.2)  
 ЕСЛИ(IC.GT.1) ПЕРЕЙТИ К 1

ПЕЧАТЬ 6 , /:  
 $:30 J= 1 N= 1 +, J/ 4+J/2/!.[1(1$

M=J-..1 / 4\*2-J / 6 ПЕЧАТЬ  
 $29,<<N,M,EPS(J,I),I=1,4)$   
 $29 \text{ ФОРМАТ}(*\$ E*,2I1,*=*,2E10.2,* EX*,2I1,*=*,2E10.2, F *EZ*,2I1,*=*,2E10.2,* EP*,2I1,*=*,2E10.2,/)$

:30 ПРОДОЛЖИТЬ

ПЕЧАТЬ 6  
 ПЕРЕЙТИ К 1

C

ВХОД ВХОД

101 ПЕЧАТЬ\*, \$ ВЫВОД:'  
 ЧИТАЙТЕ 102, ФОРМАТ

IOU 10:2 (A20)

ДО 10:3 <=-1, 20

ЕСЛИ(IOU(K:K).EQ.' ') ПЕРЕЙТИ К 103 ЕСЛИ(IOU<K:K).EQ.'H')  
 ПЕРЕЙТИ К 104 KMX= < 1 (>::: ПРОДОЛЖИТЬ F(ETURN

C

## 104· ПЕЧАТЬ 105

105 ФОРМАТ(\* ВЫХОД ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ СТРОКОЙ БУКВ:/\*// ВСЕ ДОСТУПНЫЕ ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ.\*/ КОМПОНЕНТЫ  
 $F * AF * B * FD$  МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВОЛНЫ.\*/  
 $F * _E F * FF *$  ДИСПЕРСИОННАЯ ФУНКЦИЯ И ПРОИЗВОДНЫЕ.\*/ КОМПОНЕНТЫ  
 $* FP * FRF * S$  ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ВОЛНЫ.\*/ ЧАСТОТА.\*/ КОМПОНЕНТЫ ГРУППОВОЙ  
 $* FT * FZ F$  СКОРОСТИ.\*/ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНАЯ КОМПОНЕНТА ВОЛНОВОГО  
 $F:E:3UL I'::$  ВЕКТОРА.\*/ ПОКАЗАТЕЛЬ  
 ОБЫЧНО ПРЕЛОМЛЕНИЯ.\*/ ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СКОРОСТИ  
 ПЕЧАТАЮТСЯ РОСТА.\*/ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТЕНЗОР И ПРОИЗВОДНЫЕ.\*/ Z-КОМПОНЕНТА  
 НА ОДНОЙ ВОЛНОВОГО ВЕКТОРА.\*//  
 СТРОКЕ В  
 ТОМ ПОРЯДКЕ,  
 $\overset{B}{\text{КОТОРОМ}}* F$   
 \* ОНИ\*/\* УКАЗАНЫ. НОВАЯ СТРОКА ПОЛУЧАЕТСЯ ВСТАВКОЙ A\*

$F * 1 1 B$  СТРОКЕ.\*/\* ПРИМЕР: ВЫВОД: PZF/E\*/ F \* ЧИСЛО  
 $WI-WE !;$  И ЧАСТОТА ПЕЧАТАЮТСЯ НА ОДНОЙ СТРОКЕ, - /  
 $F * I$  КОМПОНЕНТЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СЛЕДУЮЩЕМ.\*//)  
 ПЕРЕЙТИ К 101  
 КОНЕЦ

### VIII. Обсуждение

---

В этом отчете сделаны следующие общие предположения:  
о плазме и волнах:

- а) Однородность
- б) Частицы нерелятивистские
- в) Функция распределения плазмы имеет вид (II-8)
- г) Волны линейны
- е) Частота ( $\omega$ ) является комплексной, но волновой вектор действителен )
- ф) Волны не слишком сильно затухают, т.е.  $\text{Im } w > 0$

-клл или

$\omega > -\text{Re}(\omega_0 - \omega)$ .

Помимо этого, нет никаких ограничений на  $w$  или  $k$ . Некоторые из вышеприведенных предположений могут быть еще больше ослаблены без особых усилий. Вместо уравнения (II-8) мы можем в с) взять любую линейную комбинацию максвелловских компонентов. Предположение е) можно, вероятно, опустить, если все переменные, связанные с  $k$  в программе, объявлены как COMPLEX. Это может быть желательно, если метод используется в программе трассировки лучей.

Основное приближение заключается в введении аппроксиманта Pad для функции дисперсии плазмы  $Z$ . Это заставляет нас сделать предположение f) выше и вызовет небольшие, но поразительные ошибки в  $\text{Im } w$ , когда частота почти действительна. На практике эти трудности не слишком серьезны, поскольку сильно затухающие волны обычно представляют ограниченный интерес, а слабые ложные «численные» нестабильности, которые иногда появляются, легко распознаются и не учитываются.

Однако важно помнить об их существовании. Когда  $\text{Im } w > 0$ , ошибка в аппроксиманте Pad пренебрежимо мала по сравнению с ошибкой в  $R(y, \lambda)$ , которая составляет  $5 \times 10^{-6}$   
 $P(y, A)$ .

Хотя ошибки в основных функциях  $Z$  и  $R$  есть довольно легко оценить, в общем случае очень трудно что-либо сказать о точности дисперсионной функции ) или решения  $w$  (ls) дисперсионного уравнения.  
 $D(w,$

tion. Поскольку интересный случай — это D( l.tJ, !c) f::1 O, мы можем ожидать, что наиболее значимая часть будет отменена при расчете D, и ошибки усечения могут стать важными. Никаких признаков этого не было замечено в проведенных тестах

до сих пор, но поскольку только небольшой уголок всего 47-размерное пространство параметров было исследовано, возможность не может быть исключена. Поэтому пользователям программы рекомендуется обрабатывать неожиданные результаты с разумным подходом.

если есть подозрения, и попытаться подтвердить их независимыми методами, если это возможно.

Я был бы признателен, если бы вы указали на существенные ошибки в этом описании и в результатах, полученных с помощью программы WHAMP, мне сообщили.

#### IX. Подтверждение

Я благодарен Матсу Андре за его ценную помощь в написании, отладке и тестировании этой программы.

Х. Ссылки

- Амодт, Р.Э., Физика плазмы, 573, 1967.
- Абрамовиц, М. и И. Стигун, Справочник по математике  
Функции (Довер, Нью-Йорк, 1965).
- Akhiezer, A.I., I.A. Akhiezer, R.V. Polovin, A.G. Sitenko,  
и К. Н. Стефанов, Плазменная электродинамика (Pergamon Press, Оксфорд, 1975).
- Бейкер, ГА, Основы аппроксимаций Паде, (Академический,  
Нью-Йорк, 1975).
- Клеммоу, П.К. и Дж.П. Догерти, Электродинамика частиц и плазмы (Эддисон-Уэсли,  
Лондон, 1969).
- Фредрикс, РВ, Журнал физики плазмы, 2, 197, 1968.
- Фрид, Б.Д. и С.Д. Конте, Забава о дисперсии плазмы  
ион, (Академик, Нью-Йорк, 1961).
- Ичирнару, С., Основные принципы физики плазмы, (WA  
Benjamin Inc., Рединг, Массачусетс, 1973).
- Карпман, В.И., Ю. К. Алексин, Н.Д. Борисов и Н.А.  
Раджабова, Астрофизика. Космические науки, , 267, 1973.
- Мартин, П., Г. Доносо и Дж. Самудио-Кристи, Дж. Математика.  
Физика, , 280, 1980.
- Мартин, П. и М.А. Гонсалес, Phys. Fluids, 22, 1413,  
1979.
- Немет, Г., А. Аг и Д. Парис, Журнал матем. физики, 22,  
1192, 1981.