

Глава 8  
**ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПРОТОНА  
ЭЛЕКТРОНАМИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ**

**§ 8.1. Характеристики процесса рассеяния электрона**

Простейшая картина электрон-протонного рассеяния соответствует виртуальному фотону, взаимодействующему с покоящимся протоном (Рис.1.1)

Вид формул (но не их физический смысл) зависят от выбранной метрики 4-х векторов. Используются два варианта:

$$\begin{aligned} 1) q_\mu &= \{\vec{q}, iE\} \Rightarrow q_\mu^2 \equiv q^2 = \vec{q}^2 - E^2 = -m^2; \\ 2) Q_\mu &= \{Q_0, i\vec{Q}\} \equiv \{E, i\vec{Q}\} \Rightarrow Q_\mu^2 \equiv Q^2 = E^2 - \vec{Q}^2 = m^2 \\ m^2 &= -q^2 = Q^2 \geq 0. \end{aligned}$$

(8.1)

Если переданный импульс так велик, что соответствующая ему длина волны мала по сравнению с размерами протона (т.е.  $Q \gg 1 \text{ GeV}$ ), то фотон уже взаимодействует не с протоном, как целым, а с одним из его кварков.

Определим величины, характеризующие рассеяние лептона  $l (l \equiv e, \mu, \nu, \bar{\nu} \dots)$  на нуклоне  $N$  с появлением конечного лептона  $l'$  и адронного состояния  $X$ . Рассмотрим эти величины в лабораторной системе координат, где мишень покоится (1), и в релятивистской инвариантной системе (2).

1. Лабораторная система

$$Q^2 \equiv 4EE' \sin^2 \theta / 2; \nu \equiv E - E'$$

$$x \equiv \frac{Q^2}{2m_p \nu} (\text{Bjorken} \cdot x); y \equiv \frac{\nu}{E} (\text{Bjorken} \cdot y)$$

$$W^2 = m_p^2 + 2m_p \nu - Q^2 = m_p^2 + 2m_p \nu + q^2.$$

## 2. Инвариантная система

$$Q^2 = -q \cdot q; \nu = \frac{p \cdot q}{\sqrt{p \cdot p}}$$

$$x = -\frac{q \cdot q}{2p \cdot q}; y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}$$

$$W^2 = (p + q)^2.$$


---

Здесь  $W$ - инвариантная масса конечной адронной системы. При любых процессах  $e+p \rightarrow e+X$  бьеркеновские переменные остаются в кинематических пределах  $0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1$ .

В наиболее простом случае фотон упруго рассеивается на кварке, который несет долю  $x$  импульса протона, причем эта доля связана с переданным импульсом и переданной энергией соотношением

$$x = \frac{Q^2}{2m_p \nu}, \quad (8.2)$$

где  $m_p$  –масса протона. Выбитый из протона кварк и оставшаяся часть протона не могут рассматриваться как «реальные» частицы, т.к. они имеют цветной заряд. Обе эти части превращаются в струи адронов, т.е. нуклонов, пионов и каонов. Информация о плотности распределения кварков внутри протона  $\rho(x, Q^2)$  может быть получена из структурной функции протона

$$F(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 x \rho(x, Q^2), \quad (8.3)$$

которая измеряется в экспериментах по глубоко неупругому рассеянию электронов. Под знаком суммы - квадраты электрических зарядов кварков (+2/3 для  $u$ -кварка и -1/3 для  $d$ -кварка). Измеряемое распределение явным образом зависит от переданного импульса: чем выше переданный импульс, тем более тонкие детали внутренней структуры протона можно наблюдать.

Начало этим экспериментам было положено в 1969 году, когда на SLAC было обнаружено, что протон в действительности состоит из точечных частиц, которые позднее были идентифицированы как кварки и глюоны. На электрон-протонном коллайдере HERA разрешающая способность примерно на порядок выше, чем на SLAC.

### § 8.2 Упругое рассеяние электрона на протоне

Рассеяние электрона на точечной частице описывается формулой Мотта:

$$\left( \frac{d\sigma}{d\theta} \right)_{\text{Мотт}} = \frac{Z^2 \alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E_1^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \left( 1 + \frac{2E_1}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)}. \quad (8.4)$$

Эта формула отличается от формулы Резерфорда множителем в числителе  $\cos^2 \frac{\theta}{2}$ , возникающем вследствие того, что электрон имеет спин. Структура протона или нейтрона, на котором происходит рассеяние электрона, описывается введением формфакторов (См. гл.2). Для упругого рассеяния электрона на нуклоне формулы (2.30, 2.34) обычно представляют в виде, где разделены вклады рассеяния на малые угла и вклады рассеяния назад:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \left( \frac{d\sigma}{d\theta} \right)_{Moti} \left\{ \frac{G_E^2(q) - \frac{q^2}{4M^2} G_M^2(q)}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} - \frac{q^2}{4M^2} 2G_M^2(q) \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2} \right\}. \quad (8.5)$$

Для протонов  $G_E^p(0) = 1; G_M^p(0) = \mu_p = 2.79$ .

Для нейтронов  $G_E^n(0) = 0; G_M^n(0) = \mu_n = -1.91$ .

В диапазоне переданных нуклону импульсов примерно до 2 ГэВ все перечисленные выше формфакторы упругого рассеяния электрона на нуклоне имеют одинаковую зависимость от переданного импульса (scaling):

$$G_E^p(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{|\mu_p|} = \frac{G_M^n(q^2)}{|\mu_n|} = G(q^2);$$

$$G(q^2) \approx \frac{1}{\left[1 - \frac{q^2}{(0.84)^2}\right]^2} \approx \left(1 - \frac{q^2}{0.71}\right)^{-2}. \quad (8.6)$$

Здесь  $m=0.84$ ГэВ – параметр, полученный “подгонкой” кривой спада формфакторов к экспериментальным точкам (см. рис. 8.2) Зависимость (8.6) (скейлинг) формфакторов от переданного импульса измерена с наибольшей точностью и наиболее широком диапазоне импульсов для магнитного формфактора протона. Это является следствием структуры суммарного упругого формфактора (см. ф-лу 8.5) – для больших  $q^2$  именно магнитный формфактор протона дает максимальный вклад в сечение упругого ( $ep$ ) рассеяния.

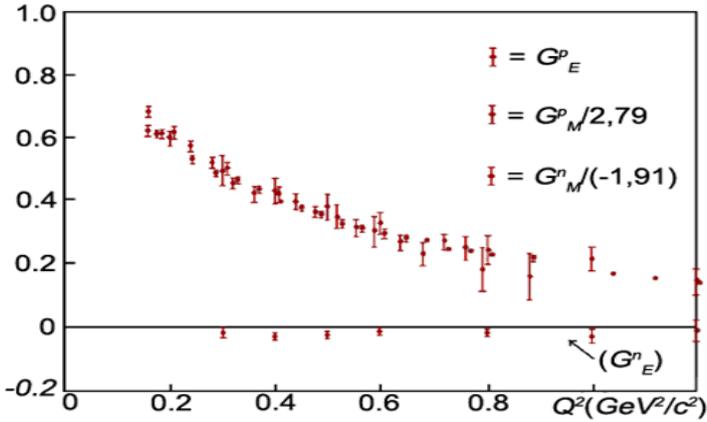


Рис.8.1. Электрические и магнитные упругие формфакторы протона и нейтрона как функции квадрата переданного импульса.[33]

Связь упругого формфактора с плотностью распределения заряда в ядре обсуждалась ранее (глава 2).

Для нуклона упругий зарядовый формфактор

$$G_E^p(q) = \int \exp(-i\vec{q}\vec{r}) |\psi(\vec{r})|^2 dV. \quad (8.7)$$

связан с плотностью распределения заряда в протоне. Из (8.7) можно сделать вывод, что плотность заряда и магнитного момента в протоне имеет следующий вид:

$$\rho(r) = \rho_0 \exp(-mr) = \rho_0 \exp(-0.84r); \quad (8.8)$$

Среднеквадратичный радиус распределения заряда в протоне равен примерно 0.8 Фм. (Измерения этой же величины с помощью мюонных атомов дали значения радиуса протона 0.84 Фм)

### § 8.3 Неупругое электрон-протонное рассеяние

С повышением передаваемого нуклону импульса разрешающая способность в исследовании структуры



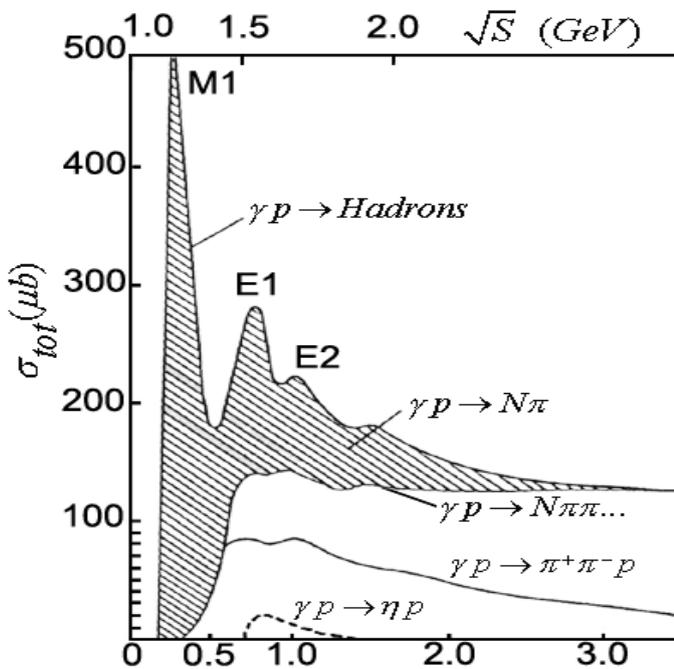
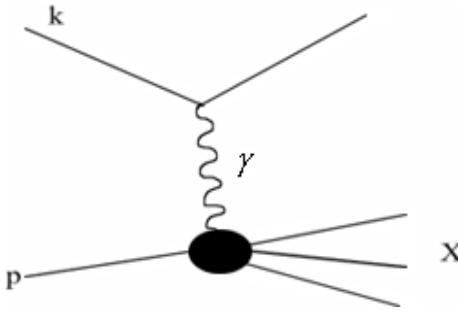


Рис.8.3 б Эффективное сечение реакции  $e+p \rightarrow e+X$  как функция квадрата инвариантной массы. Резонансы как мультипольные возбуждения протона

Рис.8.3б соответствует более детальному выделению нуклонных резонансов из общей картины неупругого рассеяния электрона на нуклоне.

На схеме показана диаграмма низшего порядка процесса рассеяния  $e+p \rightarrow e+X$ .



Формула для дифференциального сечения неупругого процесса  $e+p \rightarrow e+X$  может быть выведена аналогично формуле неупругого рассеяния электрона на ядре. Амплитуда сечения представляет собой взаимодействие лептонного электромагнитного тока с протонным током. При усреднении по спинам частиц суммарный неупругий формфактор протона включает в себя две структурные функции (как это было и в случае ядра). В лабораторной системе координат удобно сопоставить три сечения электронного рассеяния: рассеяние на бесструктурной частице мюоне; упругое рассеяние на протоне и неупругое рассеяние на протоне. При этом сравнении внесем  $\cos^2\theta$  в фигурные скобки. Тогда все эти три процесса можно представить в виде:

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{\theta}{2}} \cdot \times \eta_{recoil} \times \frac{E'}{E} \times \{F\};$$

$$\begin{aligned}
\{F\}_{e\mu \rightarrow e\mu} &= \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2m_\mu} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right); \\
\{F\}_{ep \rightarrow ep} &= \left\{ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}; \tau = \frac{q^2}{4M_p^2}; \\
\{F\}_{ep \rightarrow eX} &= W_2(v, q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(v, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2}.
\end{aligned}
\tag{8.9}$$

Эти формулы являются результатом учета только однофотонного обмена в реакции рассеяния. Последнее соотношение соответствует инклюзивному **неупругому** рассеянию электрона на протоне. Структурные функции  $W_1$  и  $W_2$  зависят от квадрата импульса виртуального фотона и переданной энергии  $\mathbf{v} = E - E'$ .

При очень коротких длинах волн виртуальных фотонов (т.е. больших значениях величины  $Q^2 = -q^2$ ) в этих структурных функциях начинают проявлять себя характеристики точечных дираковских частиц – кварков. При этом протонные структурные функции стремятся к пределу:

$$\begin{aligned}
2W_1(v, q^2)_{Q \rightarrow \infty} &\rightarrow \frac{Q^2}{2m^2} \delta\left(v - \frac{Q^2}{2m}\right); \\
W_2(v, q^2)_{Q \rightarrow \infty} &\rightarrow \delta\left(v - \frac{Q^2}{2m}\right).
\end{aligned}
\tag{8.10}$$

Формулы (8.10) можно преобразовать, используя известное соотношение для  $\delta$ -функций:  $\delta(x/a) = a\delta(x)$ , и получить выражение для «безразмерных» структурных функций:

$$2m W_1(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2m \nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m \nu}\right);$$

$$\nu W_2(\nu, Q^2) = \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m \nu}\right).$$
(8.11)

Важной особенностью «безразмерных» (точечных) структурных функций является их масштабная инвариантность (scaling): они представляют собой функции отношения (8.2), а не двух независимых переменных - переданного импульса и переданной энергии.

Наличие свободных кварков в протоне проявляется в том, что структурные функции неупругого рассеяния не зависят от переданного импульса при заданном значении  $\omega$ .

Оба структурных формфактора неупругого рассеяния электрона на протоне оказываются функциями безразмерной кинематической переменной  $x$ , равной той доле импульса исходного протона, которую несет партон, с которым происходит взаимодействие виртуального фотона.

Анализ зависимости структурных функций (8.11) от переменной  $x$  ( $x$ -скейлинг) доказал наличие точечных частиц внутри нуклона. Если в формуле (8.9), отражающей зависимость формфакторов от переданного импульса и плотности распределения, последняя величина может быть заменена  $\delta$ -функцией, формфактор перестает зависеть от переданного импульса). Формфакторы неупругого рассеяния электрона на нуклоне представлены в виде двух структурных функций (8.11).

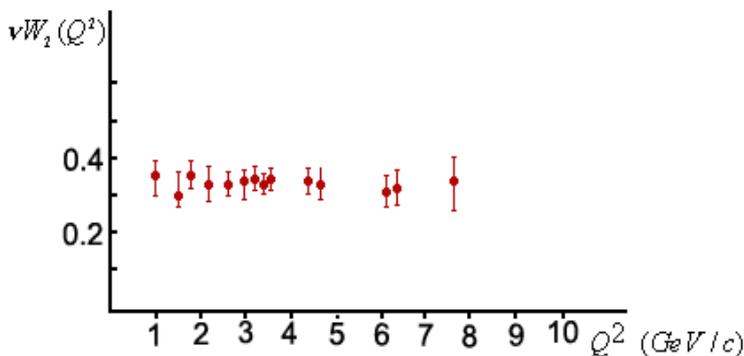


Рис.8.4 Структурная функция  $W_2(Q^2)$  ер рассеяния (данные SLAC) при фиксированном  $x=1/4$ . [33]

На рис.8.4 показана зависимость второй структурной функции от квадрата переданного импульса при значении бьеркеновской переменной  $x=1/4$ . Рисунок отражает результаты нескольких независимых экспериментов, проведенных в Стенфорде на линейном ускорителе электронов. Величины квадратов переданных импульсов больше  $1 \text{ ГэВ}/c^2$ . Отсутствие зависимости формфактора от переданного импульса указывает на безразмерность (точечность) партонов (кварков и глюонов), на которых происходит рассеяние при очень высоких энергиях электронов и малых длинах волн виртуальных гамма-квантов.

Изучение распределения импульсов партонов показало, что для протона доли импульсов, уносимые кварками и глюонами составляют примерно

$$\varepsilon_u \approx 0.36; \varepsilon_d \approx 0.18; \varepsilon_g \approx 0.46;$$

$$\varepsilon_q = \int_0^1 x(q + \bar{q}) dx. \quad (8.13)$$

В каждую из «кварковых» долей импульса включены также доли импульсов антикварков. Доля импульса, уносимая глюонами, близка к сумме долей импульса всех кварков.

Анализ экспериментальных данных по глубоко неупругому рассеянию позволил найти вклады валентных и морских кварков в структуру протона. Выяснилось, что при малых значениях  $x$  в структурных функциях большую роль играют морские кварки. При  $x < 0.1$  их вклад даже выше вклада валентных кварков. При росте  $x$  вклад морских кварков убывает и близок к 0 при  $x > 0.3$ . (См [33]).

Сечения неупругого рассеяния электрона на протоне показаны на рисунках 8.3а и 8.3б. На рис.8.3б и 8.3в изображены резонансы электровозбуждения протона. Квантовые характеристики резонансов соответствуют сильным взаимодействиям. (Ниже приведена таблица нуклонных резонансов (Таблица 8.4)).

На рис.8.3с та же резонансная область, что и на рис.8.3б, показана с точки зрения квантовых чисел поглощенного реального или виртуального  $\gamma$ -кванта. В области энергий  $\gamma$ -квантов, не превышающих 1700 МэВ, доминируют три резонанса в процессе электровозбуждения нуклона.

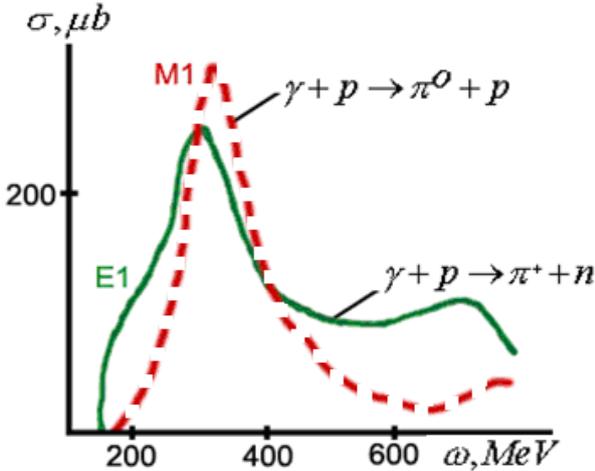


Рис.8.3с

Рассмотрим возбуждение первого резонанса  $P_{33}$ , имеющего (+1) пространственную четность

Наиболее вероятным при возбуждении  $P_{33}$  резонанса является поглощение изовекторного  $M1$  электромагнитного кванта в процессе неупругого рассеяния электронов на протоне. Напомним, что сигнатура  $P_{33}$  показывает, что распад на нуклон и пион (или рождение резонанса в рассеянии пиона на нуклоне) происходит при орбитальном моменте пиона, равном 1 (в P-канале):

$$P_{33} \equiv \Delta \rightarrow \pi^0 + p;$$

$$\sum \vec{J} = \text{Const} : \frac{3}{2} = 0 + \frac{1}{2} + \vec{l}_{\pi p} \Rightarrow l = 1, 2.$$

$$P_p = \text{Const} : (+1) = (-1) \times (+1) (-1)^l \Rightarrow l = 1 \Rightarrow P\text{-state}.$$

Второй пик в электровозбуждении нуклонных резонансов соответствует  $E1$   $\gamma$ -кванту. (Отметим, что этот

резонанс дает вклад и в первый пик). Сигнатура этого резонанса  $D_{13}$ , четность отрицательная. Поскольку его изоспин равен  $1/2$ , он относится к группе  $N^*$  резонансов. Получим квантовые числа поглощенного  $\gamma$ -кванта.

$$\gamma + p \rightarrow D_{13}; I = 1/2, J = 3/2, p(\text{parity}) = -1.$$

$$\sum \vec{J} = \text{Const} : \vec{J}_\gamma + \frac{\vec{1}}{2} = \frac{\vec{3}}{2} \Rightarrow J_\gamma = 1, 2.$$

$$Pr = \text{Const} : p_\gamma \times (+1) = -1 \Rightarrow p_\gamma = -1.$$

Наиболее вероятным является поглощение  $E1$   $\gamma$ -кванта.

Перечисленные резонансы и  $E2$  резонанс, соответствующий  $N^*$  резонансу с квантовыми числами  $F_{15}(1680)$ , являются основными пиками, формирующими резонансную область фотовозбуждения. Все эти три резонанса соответствуют фоторождению пионов на нуклонах. Отметим, что только первый из них относится к семейству  $\Delta$ - барионов с изоспином  $3/2$ . Следующие два резонанса принадлежат к  $N^*$  барионам с изоспином  $1/2$ . В этой же энергетической области (до 1700 МэВ) расположены еще несколько  $N^*$  резонансов (см. Табл.8.4), однако они имеют очень малую вероятность в канале электровозбуждения. В таблице указаны экспериментальные оценки вероятностей распада резонанса по указанным каналам.

Таблица 8.4

Резонанс	$I (J^P)$	$N\pi$	$N\eta$	$N\pi\pi$
$P_{33}(1232)$	$3/2(3/2^+)$	99.4		
$P_{11}(1440)$	$1/2(1/2^+)$	60-70		30-40
$D_{13}(1520)$	$1/2(3/2^-)$	~50	~0.1	~50
$S_{11}(1535)$	$1/2(1/2^-)$	~45	~30-50	-20
$S_{11}(1650)$	$1/2(1/2^-)$	~70	~1	~5-20
$D_{15}(1675)$	$1/2(5/2^-)$	~45	~1	~50-60
$F_{15}(1680)$	$1/2(5/2^-)$	~60-70		~30-40

Малый вклад в общее сечение вносит электророжение  $\eta$ -мезонов. Поскольку изоспин  $\eta$ -мезонов равен 0,  $\Delta$ -резонансы не могут распадаться на нуклон и  $\eta$ . Единственный резонанс, имеющий в этой энергетической области большую вероятность распада на нуклон и  $\eta$ -мезон,  $S_{11}(1535)$ , слабо возбуждается в реакциях электромагнитного взаимодействия.

Перед теорией мезон-нуклонных взаимодействий стоит задача адекватного объяснения величин сечений в резонансной области, а также распределения вероятностей парциальных каналов распада резонансов.

*Автор благодарит студентов кафедры общей ядерной физики Ю.А.Скородумину и А.П.Долгодворова за помощь в подготовке издания учебного пособия.*